受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

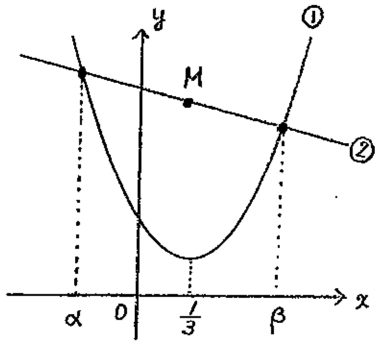
数学　解答用紙

〔教育学部
生物資源科学部〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

1

(1) $\begin{cases} y = x^2 - x + 3a & \cdots ① \\ y = 3ax + 2 & \cdots ② \end{cases}$ とおく。



①, ②の共有点の x 座標は、

$$x^2 - x + 3a = 3a + 2$$

$$x^2 - (3a+1)x + 3a - 2 = 0 \quad \cdots ③$$

2次方程式③の判別式を D とおくと、

$$D = (3a+1)^2 - 4(3a-2) = 9a^2 - 6a + 9$$

$$= 9\left(a - \frac{1}{3}\right)^2 + 8 > 0$$

となり、③は、異なる2つの実数解をもつ。

よって、①, ②は、異なる2つの交点をもつ。

(2) ①, ②の異なる2つの交点の x 座標を α, β とおくと $(\alpha < \beta)$

③から、解と係数の関係より $\begin{cases} \alpha + \beta = 3a + 1 \\ \alpha\beta = 3a - 2 \end{cases} \cdots ④$

また、中点Mは、②上の点だから

$$M\left(\frac{\alpha+\beta}{2},\ 3a \cdot \frac{\alpha+\beta}{2} + 2\right) = \left(\frac{3a+1}{2},\ \frac{9a^2+3a+4}{2}\right)$$

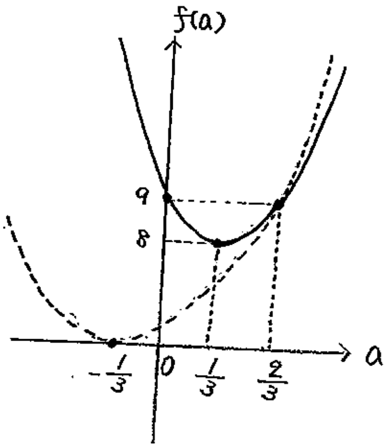
このとき、$(M\text{の}y\text{座標}) = \frac{9}{2}\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{15}{8}$

よって、$a = -\frac{1}{6}$ のとき、Mの y 座標の最小値は、$\frac{15}{8}$ …(答)

(3) $f(a) = (|\alpha| + |\beta|)^2 = |\alpha|^2 + 2|\alpha||\beta| + |\beta|^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2|\alpha||\beta|$

$$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + 2|\alpha\beta|$$

$$= (3a+1)^2 - 2(3a-2) + 2|3a-2| \quad (\because ④\text{より})$$



ここで、

(i) $a \geqq \frac{2}{3}$ のとき、 $f(a) = (3a+1)^2 = 9\left(a + \frac{1}{3}\right)^2$

(ii) $a < \frac{2}{3}$ のとき、 $f(a) = (3a+1)^2 - 4(3a-2) = 9a^2 - 6a + 9$

$$= 9\left(a - \frac{1}{3}\right)^2 + 8$$

よって、グラフより

$a = \frac{1}{3}$ のとき、 $(|\alpha| + |\beta|)^2$ の最小値 8

$|\alpha| + |\beta| \geqq 0$ だから $|\alpha| + |\beta|$ の最小値 $2\sqrt{2}$ …(答)

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

$\boxed{2}$

(1) $n=15$ となるのは次の3つの場合がある

(i) $3+3+3+3+3$ のように3が5回のとき

1通り

(ii) $2+2+2+3+3+3$ のように、2が3回、3が3回のとき

$\dfrac{6!}{3!\times 3!}=20$ 通り

(iii) $2+2+2+2+2+2+3$ のように、2が6回、3が1回のとき

$\dfrac{7!}{6!}=7$ 通り

よって、$1+20+7=28$　　28通り…(答)

(2) 硬貨を1回投げるとき、表、裏の出る確率はともに $\frac{1}{2}$

(1)より求める確率は

$$1\times\left(\frac{1}{2}\right)^5+20\times\left(\frac{1}{2}\right)^6+7\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{51}{128}$$

$\therefore\ \dfrac{51}{128}$ …(答)

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

$\boxed{3}$ $f(t)=\int_0^2 |x^2-2x+1-t^2|dx = \int_0^2 |(x-1)^2-t^2|dx$

(1) $f(0)=\int_0^2 |x^2-2x+1|dx = \int_0^2 (x-1)^2 dx = \left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_0^2 = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$ ---(答)

$f(2)=\int_0^2 |x^2-2x|dx = \int_0^2 |x(x-2)|dx = -\int_0^2 x(x-2)dx = \frac{1}{6}(2-0)^3 = \underline{\underline{\frac{4}{3}}}$ ---(答)

(2) $f(t)=\int_0^2 |x^2-2x+(1-t)(1+t)|dx = \int_0^2 |\{x-(1-t)\}\{x-(1+t)\}|dx$

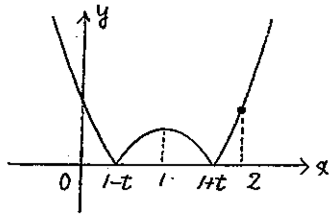
$0<t<1$ より $0<1-t<1$, $1<1+t<2$ だから

$f(t)=\int_0^{1-t}\{(x-1)^2-t^2\}dx - \int_{1-t}^{1+t}\{(x-1)^2-t^2\}dx + \int_{1+t}^{2}\{(x-1)^2-t^2\}dx$

$=\left[\frac{1}{3}(x-1)^3-t^2x\right]_0^{1-t} - \left[\frac{1}{3}(x-1)^3-t^2x\right]_{1-t}^{1+t} + \left[\frac{1}{3}(x-1)^3-t^2x\right]_{1+t}^{2}$

$=\left\{-\frac{1}{3}t^3-t^2(1-t)+\frac{1}{3}\right\} - \left\{\frac{1}{3}t^3-t^2(1+t)+\frac{1}{3}t^3+t^2(1-t)\right\} + \left\{\frac{1}{3}-2t^2-\frac{1}{3}t^3+t^2(1+t)\right\}$

$=\underline{\underline{\frac{8}{3}t^3-2t^2+\frac{2}{3}}}$ ---(答)



(3) (2) より

$f'(t)=8t^2-4t = 4t(2t-1)$

$f'(t)=0$ とおくと $t=0,\ \frac{1}{2}$

$0\leqq t\leqq 1$ での増減表は,

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	1
f'	0	$-$	0	$+$	
f	$\frac{2}{3}$	↘	極小	↗	$\frac{4}{3}$

極小値 $f(\frac{1}{2})=\frac{8}{3}(\frac{1}{2})^3-2(\frac{1}{2})^2+\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$

よって, $t=\frac{1}{2}$ のとき, 極小かつ最小となり, $\underline{\underline{\text{最小値 } \frac{1}{2}}}$ ---(答)