工・農・生命 [I]

(1) 取り出し方は全部で ${}_{10}C_3 = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 120$ 通り

和が 8 となる組合せは

$(1, 2, 5), (1, 3, 4)$ の 2 通り

よって求める確率は $\dfrac{2}{120} = \dfrac{1}{60}$ …(答)

(2) 1回の試行で1つの数が出る確率は $\dfrac{1}{10}$

3つの数字のうちちょうど 2つが同じ数字になるのは

${}_{10}P_2 \times \dfrac{3!}{2!} = 270$

よって求める確率は $270 \times \left(\dfrac{1}{10}\right)^3 = \dfrac{27}{100}$ …(答)

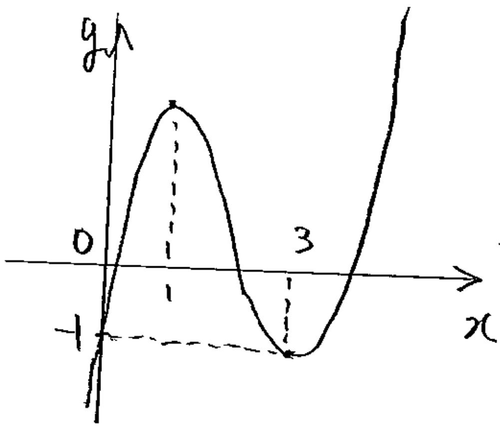
工・農・生命 [Ⅱ]

(1) $f'(x)=3x^2-12x+9$

$=3(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$ となるのは $x=1, 3$

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$



$x=1$ のとき 極大値 3
$x=3$ のとき 極小値 -1
グラフは右図 …(答)

(2) $f'(2)=-3$ より $(2, 4)$ における接線は $y-4=-3(x-2)$

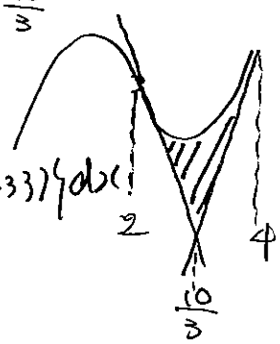
$\therefore\ y=-3x+7$ …(答)

$f'(4)=9$ より $(4, 3)$ における接線は $y=9(x-4)+3$

$\therefore\ y=9x-33$ …(答)

(3) 2接線の交点は $-3x+7=9x-33$ より $x=\frac{10}{3}$

求める面積は



$$\int_2^{\frac{10}{3}}\{(x^3-6x^2+9x-1)-(-3x+7)\}dx+\int_{\frac{10}{3}}^4\{(x^3-6x^2+9x-1)-(9x-33)\}dx$$

$$=\int_2^{\frac{10}{3}}(x-2)^3dx+\int_{\frac{10}{3}}^4(x-4)^2(x+2)dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}(x-2)^4\right]_2^{\frac{10}{3}}+\left[\frac{1}{3}(x-4)^3(x+2)\right]_{\frac{10}{3}}^4-\int_{\frac{10}{3}}^4\frac{1}{3}(x-4)^3dx$$

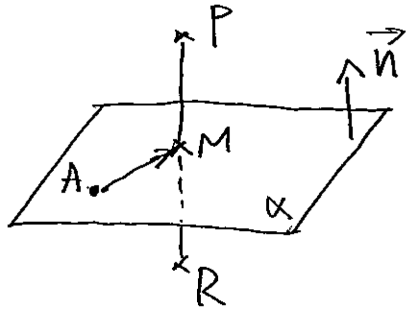
$$=\frac{1}{4}\left(\frac{4}{3}\right)^4+\left\{0-\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{16}{3}\right\}-\left[\frac{1}{12}(x-4)^4\right]_{\frac{10}{3}}^4$$

$$=\frac{64}{81}+\frac{128}{243}-\frac{1}{12}\left(\frac{-2}{3}\right)^4=\frac{324}{243}=\frac{4}{3}\ \cdots(\text{答})$$

工・農・生命[III]

(1) 直線PRと平面αの交点をMとすると

$\overrightarrow{PM} /\!/ \vec{n}$ より tを実数として



$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + t\vec{n}$

$= (-3t-2,\ t+1,\ 2t+7)$

$\therefore \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = (-3t-3,\ t-1,\ 2t+3)$

ここで $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}$ より

$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = -3(-3t-3) + 1\times(t-1) + 2(2t+3) = 0$

これから $t=-1$ $\therefore \overrightarrow{OM} = (1, 0, 5)$

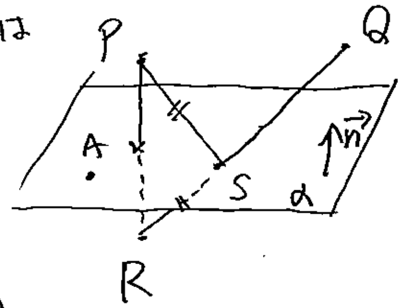
一方、Mは線分PRの中点より $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OR}}{2}$

$\therefore \overrightarrow{OR} = 2\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP} = (4, -1, 3)$ $\therefore$ R$(4, -1, 3)$ …(答)

(2) PS+QS＝RS+QS が最小となるのは

3点R、S、Qが一直線上のとき

sを実数として



$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OQ} + s\overrightarrow{QR}$

$= (3s+1,\ -4s+3,\ -4s+7)$

$\therefore \overrightarrow{AS} = (3s,\ -4s+1,\ -4s+3)$ であり

$\overrightarrow{AS} \perp \vec{n}$ より

$\overrightarrow{AS} \cdot \vec{n} = -3\times 3s + 1\times(-4s+1) + 2(-4s+3) = 0$

これから $s = \dfrac{1}{3}$ $\therefore \overrightarrow{OS} = \left(2, \dfrac{5}{3}, \dfrac{17}{3}\right)$

$\therefore$ S$\left(2, \dfrac{5}{3}, \dfrac{17}{3}\right)$ …(答)

このとき最小値は

$PS + QS = |\overrightarrow{RQ}| = \sqrt{(1-4)^2 + (3-(-1))^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{41}$ …(答)

工・農[Ⅳ]

(医[Ⅲ]と同じ)