数 学 解 答 用 紙

(数理・情報システム学科) ，医学科

(前期日程)

コード		得点	1		2		3		4	
2	0									
7	8		11	12	14	15	17	18	20	21

$\boxed{1}$

(1) $k-l+1$ 個の自然数から残りの1個を取り出して並べる

(i) l を取り出したとき

l, k, l を並べて 3通り

(ii) k を取り出したとき

l, k, k を並べて 3通り

(iii) l と k 以外を取り出したとき

取り出し方は $k-l-1$ 通りなので

並べ方は $(k-l-1)\times 3! = 6(k-l-1)$ 通り

(i)(ii)(iii)より $3+3+6(k-l-1)=6(k-l)$

よって求める総数は $\underline{\underline{6(k-l)}}$ …(答)

(2) $R=0$ となる場合の数は 6

$R=1, 2, 3, 4, 5$ となる場合の数は (1) を利用して

$R=1 \cdots 6(2-1)\times 5=30$

$R=2 \cdots 6(3-1)\times 4=48$

$R=3 \cdots 6(4-1)\times 3=54$

$R=4 \cdots 6(5-1)\times 2=48$

$R=5 \cdots 6(6-1)=30$

すべての場合の数は 6^3 なので、求める期待値は

$$0\times\frac{6}{6^3}+1\times\frac{30}{6^3}+2\times\frac{48}{6^3}+3\times\frac{54}{6^3}+4\times\frac{48}{6^3}+5\times\frac{30}{6^3}$$

$=\underline{\underline{\frac{35}{12}}}$ …(答)

数学　解答用紙

医学科，物質科学科

2

(1) 異なる2点 $(-3,-3)$，(a,b) を通る直線の方程式は．

(i) $a=-3$ のとき，　$x=-3$

(ii) $a\neq-3$ のとき，　$y+3=\dfrac{b+3}{a+3}(x+3)$

$(a+3)(y+3)=(b+3)(x+3)$

$\therefore\ (b+3)x-(a+3)y=3(a-b)\ \cdots①$

①は，(i)の $a=-3$ のときも満たすことより，以上(i)(ii)から，

求める直線の方程式は，$\underline{(b+3)x-(a+3)y=3(a-b)}$ ---(答)

(2) $\begin{cases} x=2\cos t & \text{---②} \\ y=-\sin^2 t & \text{---③} \end{cases}$ とおく

②より　すべての実数 t に対して，$-2\leqq x\leqq 2$

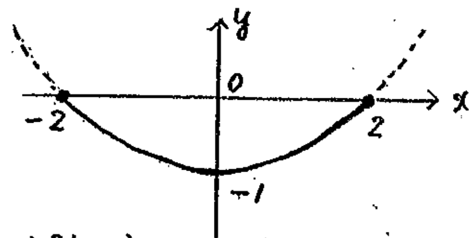
③より　$y=-\sin^2 t=-(1-\cos^2 t)$

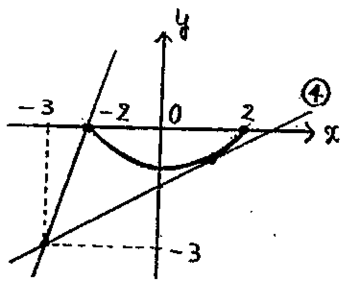
②より　$\cos t=\dfrac{1}{2}x$ だから

$=-1+\dfrac{1}{4}x^2$

よって，　$y=-1+\dfrac{1}{4}x^2$，$(-2\leqq x\leqq 2)$ となり．

曲線の概形は．





(3) ②，③より　$f(t)=\dfrac{-\sin^2 t+3}{2\cos t+3}=\dfrac{y+3}{x+3}$　$(-2\leqq x\leqq 2)$

$f(t)=k$ とおくと　$\dfrac{y+3}{x+3}=k$．　$\therefore\ y=kx+3k-3\ \cdots④$

このとき，$y=-1+\dfrac{1}{4}x^2$ と 定点 $(-3,-3)$ を通り，傾き k の直線④が共有点をもつような k の値の範囲は，グラフの考察より

(i) 点 $(-2,0)$ を④を通るのは．　$0=-2k+3k-3$　$\therefore\ k=3$

(ii) $y=-1+\dfrac{1}{4}x^2$ と④が接するのは，

$-1+\dfrac{1}{4}x^2=kx+3k-3$

$x^2-4kx-12k+8=0$

この2次方程式の判別式をDとおくと

$D/4=4k^2+12k-8=0$　$\therefore\ k=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

グラフより，$k>0$ だから　$k=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}$

以上(i)(ii)より　$\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\leqq k\leqq 3$

したがって，関数 $f(t)$ について，$\underline{\text{最大値 } 3，\text{最小値 } \dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}}$ ---(答)

数学　解答用紙

医学科

3

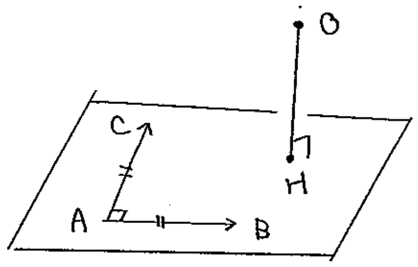
(1) $\overrightarrow{AB}=(2,1,2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2,2,1)$ から

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4+1+4}=3$, $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{4+4+1}=3$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-4+2+2=0$ より $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

以上より $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$ で $\angle A=\frac{\pi}{2}$ の直角二等辺三角形である.

(2)



点Hは $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ でつくられる平面上にあるので

$\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ (s,t は任意の実数)

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ —— ①

ここで $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=2+1-2=1$ なので ① より $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ だから

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}+s|\overrightarrow{AB}|^2+t\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} \iff s=-\frac{1}{9}$

また, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AC}=-2+2-1=-1$ なので ① より $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$ だから

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AC}+s\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+t|\overrightarrow{AC}|^2 \iff t=\frac{1}{9}$

このとき ① より $\overrightarrow{OH}=\left(\frac{5}{9},\frac{10}{9},-\frac{10}{9}\right)$ …(答)

(3) 求める球面の中心の座標を $D(x,y,z)$ とおくと

$\overrightarrow{DA}=(1-x,1-y,-1-z)$ より $|\overrightarrow{DA}|^2=(1-x)^2+(1-y)^2+(-1-z)^2$

$\overrightarrow{DB}=(3-x,2-y,1-z)$ より $|\overrightarrow{DB}|^2=(3-x)^2+(2-y)^2+(1-z)^2$

$\overrightarrow{DC}=(-1-x,3-y,-z)$ より $|\overrightarrow{DC}|^2=(-1-x)^2+(3-y)^2+(-z)^2$

1 $|\overrightarrow{DO}|^2=|\overrightarrow{DA}|^2$ より $2x+2y-2z=3$ — 1

2 $|\overrightarrow{DO}|^2=|\overrightarrow{DB}|^2$ より $3x+2y+z=7$ — 2

3 $|\overrightarrow{DO}|^2=|\overrightarrow{DC}|^2$ より $x-3y=-5$ — 3

1, 2, 3 より連立方程式を解いて

$x=\frac{7}{10}$, $y=\frac{19}{10}$, $z=\frac{11}{10}$

したがって, 求める球面の中心の座標は

$\left(\frac{7}{10},\frac{19}{10},\frac{11}{10}\right)$ …(答)

数学　解答用紙

医学科，数理

$\boxed{4}$ (1) $f(x)=\begin{cases} x\log(1-x) & (x>0) \\ 0 & (x=0) \\ -x\log(1-x) & (x<0) \end{cases}$ $\begin{cases} \displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to+0}\log(1-x)=0 \\ \displaystyle\lim_{x\to-0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to-0}(-\log(1-x))=0 \end{cases}$

よって，$f(x)$ は $x=0$ で微分可能で $f'(0)=0$ である。-----(答)

(2) $|x|\log(1-x)=-x$ より，$x=0$ は解である。・$1>x>0$ のとき，$\log(1-x)=-1$

よって，$x=1-\frac{1}{e}$。これは，$1>x>0$ を満たす。

・$x<0$ のとき，$\log(1-x)=1$ ∴ $x=1-e$。これは，$x<0$ を満たす。

よって，求める交点は，$(0,0)$，$\left(1-\frac{1}{e}, \frac{1}{e}-1\right)$，$(1-e, e-1)$ ------(答)

(3)
$$\int x\log(1-x)dx=\frac{1}{2}x^2\log(1-x)+\frac{1}{2}\int\frac{x^2}{1-x}dx$$
$$=\frac{1}{2}x^2\log(1-x)+\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{1-x}-x-1\right)dx$$
$$=\frac{1}{2}x^2\log(1-x)-\frac{1}{2}\log(1-x)-\frac{1}{4}(x+1)^2+C \cdots\cdots(答)$$
(C：積分定数)

(4) $x\leqq 0$ のとき，$f(x)=-x\log(1-x)$ より，$f(x)-(-x)=x(1-\log(1-x))$

を考える。・$x<1-e$ のとき，$e<1-x$ であるから，常に $f(x)>-x$ が成り立つ。

・$1-e\leqq x\leqq 0$ のとき，$f(x)\leqq -x$ が成り立つ。

よって，(2)より2つのグラフで囲まれるのは，$1-e\leqq x\leqq 0$ のときのみである。

$S=\int_{1-e}^{0}(-x-f(x))dx=\int_{1-e}^{0}\{x\log(1-x)-x\}dx$。(3)より

$$S=\left[\frac{1}{2}x^2\log(1-x)-\frac{1}{2}\log(1-x)-\frac{1}{4}(x+1)^2-\frac{1}{2}x^2\right]_{1-e}^{0}$$
$$=-\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{2}(1-e)^2-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}(2-e)^2-\frac{1}{2}(1-e)^2\right\}$$
$$=\frac{e^2}{4}-e+\frac{5}{4} \quad -----(答)$$