物質　　　　　　　　　　　　　　　　(数学①)

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

〔物質科学科，地球資源環境学科
機械・電気電子工学科
建築・生産設計工学科〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄

1　硬貨を投げて，表のときオ，裏のときウと表すことにする。

(1)　$n=2$ のとき，硬貨の出方は (オ,オ)，(オ,ウ)，(ウ,オ)，(ウ,ウ)

(オ,オ) のとき，$1\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}=\frac{49}{16}$
(オ,ウ) のとき，$1\times\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$
(ウ,オ) のとき，$1\times\frac{1}{2}\times\frac{7}{4}=\frac{7}{8}$
(ウ,ウ) のとき，$1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

したがって，持ち点のとりうる値は $\frac{1}{4},\ \frac{7}{8},\ \frac{49}{16}$ …(答)

(2)　$n=4$ のとき，

		持ち点
オ4回	… 1通り	… $\left(\frac{7}{4}\right)^4$
オ3回，ウ1回	… ${}_4C_1=4$通り	… $\left(\frac{7}{4}\right)^3\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}\times\left(\frac{7}{4}\right)^2>1$
オ2回，ウ2回	… ${}_4C_2=6$通り	… $\left(\frac{7}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{7}{8}\right)^2<1$
オ1回，ウ3回	… ${}_4C_3=4$通り	… $\left(\frac{7}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3<1$
ウ4回	… 1通り	… $\left(\frac{1}{2}\right)^4<1$

したがって，持ち点が1点以下となる確率は

$$\frac{6+4+1}{16}=\frac{11}{16}\ \cdots(答)$$

(3)　$n=k$ のとき，オが l 回出るとすると，ウは $(k-l)$ 回出る $(0\leqq k\leqq l)$

このときの確率は $\frac{{}_kC_l}{2^k}$，また，持ち点は $\left(\frac{7}{4}\right)^l\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k-l}$ だから

求める期待値を E とすると

$$E=\sum_{l=0}^{k}\frac{{}_kC_l}{2^k}\times\left(\frac{7}{4}\right)^l\left(\frac{1}{2}\right)^{k-l}=\frac{1}{2^k}\sum_{l=0}^{k}{}_kC_l\left(\frac{7}{4}\right)^l\left(\frac{1}{2}\right)^{k-l}\ —(＊)$$

ここで，二項定理より

$(a+b)^k=\sum_{l=0}^{k}{}_kC_l\,a^l b^{k-l}$ が成り立つので，

この式で $a=\frac{7}{4}$，$b=\frac{1}{2}$ とすると

$\sum_{l=0}^{k}{}_kC_l\left(\frac{7}{4}\right)^l\left(\frac{1}{2}\right)^{k-l}=\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{2}\right)^k=\left(\frac{9}{4}\right)^k$ となる

したがって，(＊) より

$$E=\frac{1}{2^k}\times\left(\frac{9}{4}\right)^k$$

$$E=\left(\frac{9}{8}\right)^k\ \cdots(答)$$

数学

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄　2

(1) 2次方程式が正の解のみをもつ必要十分条件は
正の解をα, βとおくと解と係数の関係および判別式より

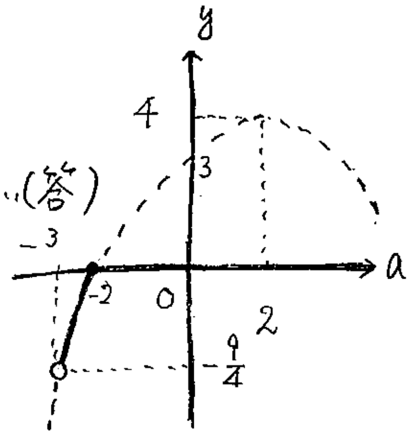
$$\begin{cases} \alpha+\beta=-a>0 & \cdots ① \\ \alpha\beta=a+3>0 & \cdots ② \\ D=a^2-4(a+3)\geqq 0 & \cdots ③ \end{cases}$$

①より　$a<0$　…(ア)
②より　$-3<a$　…(イ)
③より　$a^2-4a-12=(a-6)(a+2)\geqq 0$ だから
　$a\leqq -2,\ 6\leqq a$ …(ウ)
(ア),(イ),(ウ)より　$-3<a\leqq -2$ …(答)

(2) $f(x)=x^2+ax+a+3$
$=(x+\frac{a}{2})^2-\frac{a^2}{4}+a+3$
だから　$g(a)=-\frac{a^2}{4}+a+3$　とおける。
$g(a)=-\frac{1}{4}(a^2-4a)+3$
$=-\frac{1}{4}\{(a-2)^2-4\}+3$
$=-\frac{1}{4}(a-2)^2+4.$

(1)よりグラフは右図.

よって　最大値は 0　($a=-2$) …(答)



数理
受験番号 1 2 3 4 5 6
(数学[3])

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

2

(1) $a<b$ より

直線AB： $y-a^2=\dfrac{b^2-a^2}{b-a}(x-a)$

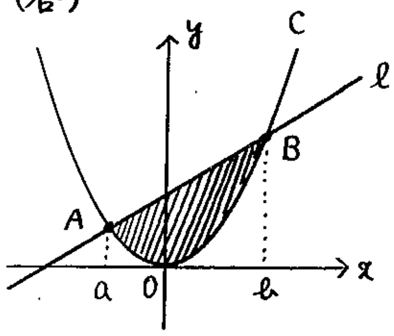
$=(a+b)(x-a)$

$y=(a+b)x-ab$ …(答)

(2) $S=\int_a^b\left\{(a+b)x-ab-x^2\right\}dx$

$=-\int_a^b(x-a)(x-b)\,dx$

$=\dfrac{1}{6}(b-a)^3$ …(答)



(3) (1),(2)と同様にして、

$S_1(t)=\dfrac{1}{6}(t-a)^3$

このとき、$S=S_1(t)+S_2(t)$ であり、

題意より、$S_2(t)=7S_1(t)$ だから、

$S=S_1(t)+S_2(t)=S_1(t)+7S_1(t)$

$=8S_1(t)$

よって、

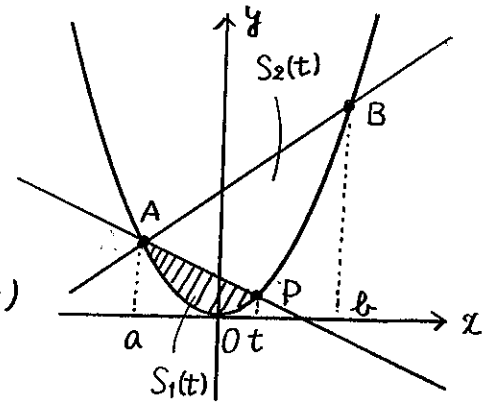
$\dfrac{1}{6}(b-a)^3=8\cdot\dfrac{1}{6}(t-a)^3$

$(b-a)^3=8(t-a)^3$

ここで、$b-a$, $t-a$ は、ともに実数より

$b-a=2(t-a)$

$t=\dfrac{a+b}{2}$ …(答)



◇K20(639—10)