物質・数育

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

〔物質科学科，地球資源環境学科
機械・電気電子工学科
建築・生産設計工学科〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄

1

(1) O地点 ⟶ A地点 ⟶ P地点 の道順は、

$$\frac{5!}{2!3!} \times \frac{6!}{4!2!} = \underline{\underline{150\text{通り}}} \cdots(\text{答})$$

(2) B地点からP地点へ行くのにC地点は通れないので、この場合の道順は、

$$\frac{6!}{4!2!} - \frac{2!}{1!1!} \times 1 \times \frac{3!}{1!2!} = 15 - 6 = 9\text{通り}$$

よって、O地点 ⟶ B地点 ⟶ P地点 の道順は、

$$\frac{5!}{4!1!} \times 9 = \underline{\underline{45\text{通り}}} \cdots(\text{答})$$

(3) O地点を出発し、A地点とB地点の両方を通り、地点Pへの最短距離は、距離15である。（一区画の距離を1とする）

このとき、

(i) $O \longrightarrow A \longrightarrow B \longrightarrow P$ （距離15）

$$\frac{5!}{2!3!} \times \frac{4!}{2!2!} \times 9 = 540\text{通り}$$

(ii) $O \longrightarrow B \longrightarrow A \longrightarrow P$ （距離15）

$$\frac{5!}{4!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{2!3!} = 450\text{通り}$$

よって、(i),(ii)より求める道順は、 $540 + 450 = \underline{\underline{990\text{通り}}}$ …(答)

物質・教育

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

2 (1) $2^x = t$ とおくと $t>0$

$f(x) = t^2 + \frac{a}{2}t + a = \left(t+\frac{a}{4}\right)^2 - \frac{a^2}{16} + a = g(t)$ とおく

(i) $-\frac{a}{4} \leqq 0$ つまり $a \geqq 0$ のとき 最小値は存在しない

(ii) $-\frac{a}{4} > 0$ つまり $a<0$ のとき

$t = -\frac{a}{4}$ で最小値 $-\frac{a^2}{16}+a$ となるので

$-\frac{a^2}{16} + a = -2$ $\therefore a^2 - 16a - 32 = 0$ $\therefore a = 8 \pm 4\sqrt{6}$

$a<0$ より $a = 8-4\sqrt{6}$

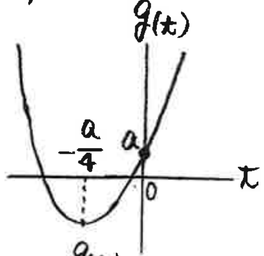
(i)(ii) より $a = 8-4\sqrt{6}$ …(答)

(2) $f(x) = 0 \iff g(t) = 0$ かつ $t>0$

よって $g(t)=0$ が正の実数解をもてばよい…(*)

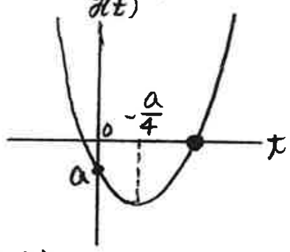
(i) $-\frac{a}{4} \leqq 0$ つまり $a \geqq 0$ のとき

$g(0) = a \geqq 0$ となり (*)をみたさない



(ii) $-\frac{a}{4} > 0$ つまり $a<0$ のとき

$g(0) = a < 0$ となり (*)をみたす



(i),(ii) より求める a の値の範囲は $a<0$ …(答)

物質

受	験	番	号		
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

3

(1) $f(x)=e^x-(1+x)$ とおく.

$f'(x)=e^x-1$　$x>0$ のとき $e^x-1>0$ なので $f'(x)>0$

よって $f(x)$ は $x>0$ のとき 単調増加 で $f(x)>f(0)=0$

$\therefore$ $x>0$ のとき $1+x<e^x$ (証明終)

(2) $n\to\infty$ とするので $n>0$ と考える.

(1) で $x=n^2\,(>0)$ として $1+n^2<e^{n^2}$

$\therefore$ $e^{-n^2}<\dfrac{1}{1+n^2}$

$n>0$ より $0<ne^{-n^2}<\dfrac{n}{1+n^2}$

いま $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n}{1+n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{n}+n}=0$ である

よって $\underline{\underline{\displaystyle\lim_{n\to\infty}ne^{-n^2}=0}}$ …(答)

(3) $S_n=\displaystyle\int_{-n}^{n}(2x^2-1)e^{-x^2}dx$ として、$f(x)=(2x^2-1)e^{-x^2}$ とおくと

$f(-x)=f(x)$ より $f(x)$ は偶関数 $\therefore$ $S_n=2\displaystyle\int_0^n f(x)dx$

ここで、$(xe^{-x^2})'=e^{-x^2}-2x^2e^{-x^2}=-f(x)$ となるので

$S_n=-2\displaystyle\int_0^n(xe^{-x^2})'dx=-2\left[xe^{-x^2}\right]_0^n=-2ne^{-n^2}$

よって (2) より $\underline{\underline{\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n=0}}$ …(答)