物質・教育

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

〔物質科学科，地球資源環境学科
機械・電気電子工学科
建築・生産設計工学科〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄

1

(1) O地点 ⟶ A地点 ⟶ P地点 の道順は、

$$\frac{5!}{2!3!} \times \frac{6!}{4!2!} = \underline{\underline{150\text{通り}}}$$ ---(答)

(2) B地点からP地点へ行くのにC地点は通れないので、この場合の道順は、

$$\frac{6!}{4!2!} - \frac{2!}{1!1!} \times 1 \times \frac{3!}{1!2!} = 15 - 6 = 9\text{通り}$$

よって、O地点 ⟶ B地点 ⟶ P地点 の道順は、

$$\frac{5!}{4!1!} \times 9 = \underline{\underline{45\text{通り}}}$$ ---(答)

(3) O地点を出発し、A地点とB地点の両方を通り、地点Pへの最短距離は、距離15である。(一区画の距離を1とする)

このとき、

(i) $O \longrightarrow A \longrightarrow B \longrightarrow P$ (距離15)

$$\frac{5!}{2!3!} \times \frac{4!}{2!2!} \times 9 = 540\text{通り}$$

(ii) $O \longrightarrow B \longrightarrow A \longrightarrow P$ (距離15)

$$\frac{5!}{4!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{2!3!} = 450\text{通り}$$

よって、(i),(ii)より 求める道順は、$540 + 450 = \underline{\underline{990\text{通り}}}$ ---(答)

物質・教育

受	験	番	号		
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

2 (1) $2^x = t$ とおくと $t>0$

$f(x) = t^2 + \frac{a}{2}t + a = \left(t+\frac{a}{4}\right)^2 - \frac{a^2}{16} + a = g(t)$ とおく.

(i) $-\frac{a}{4} \leqq 0$ つまり $a \geqq 0$ のとき 最小値は存在しない

(ii) $-\frac{a}{4} > 0$ つまり $a<0$ のとき

$t = -\frac{a}{4}$ で最小値 $-\frac{a^2}{16}+a$ となるので

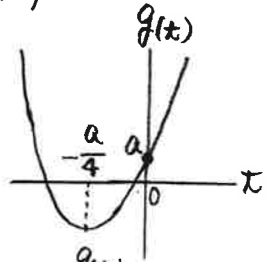
$-\frac{a^2}{16}+a = -2$ ∴ $a^2-16a-32=0$ ∴ $a = 8 \pm 4\sqrt{6}$

$a<0$ より $a = 8-4\sqrt{6}$

(i)(ii) より $a = 8-4\sqrt{6}$ …(答)

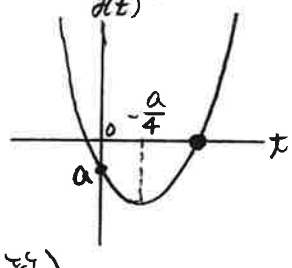
(2) $f(x) = 0 \iff g(t) = 0$ かつ $t>0$

よって $g(t)=0$ が正の実数解をもてばよい…(*)



(i) $-\frac{a}{4} \leqq 0$ つまり $a \geqq 0$ のとき

$g(0) = a \geqq 0$ となり (*)をみたさない



(ii) $-\frac{a}{4} > 0$ つまり $a<0$ のとき

$g(0) = a < 0$ となり (*)をみたす

(i),(ii) より求める a の値の範囲は $a<0$ …(答)

教育

受	験	番	号		
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

3

(1) $f(x)=ax^2+bx+c$ ・・・①

①を微分して

$f'(x)=2ax+b$ ・・・②

②をIに代入すると

$$I=\int_0^1\{f'(x)\}^2dx$$
$$=\int_0^1(2ax+b)^2dx$$
$$=\int_0^1(4a^2x^2+4abx+b^2)dx$$
$$=\left[\frac{4}{3}a^2x^3+2abx^2+b^2x\right]_0^1$$
$$=\frac{4}{3}a^2+2ab+b^2$$ ・・・(答)

(2) (I)において $a=\cos\theta$, $b=\sin\theta$ を代入すると

$$I=\frac{4}{3}\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\sin^2\theta$$

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta$, $\cos^2\theta=\dfrac{1+\cos2\theta}{2}$ だから

$$I=\sin2\theta+\sin^2\theta+\cos^2\theta+\frac{1}{3}\cos^2\theta$$
$$=\sin2\theta+\frac{1}{6}\cos2\theta+\frac{7}{6}$$ ・・・(答)

(3) (2)より

$I=\dfrac{\sqrt{37}}{6}\sin(2\theta+\alpha)+\dfrac{7}{6}$ と変形できる。

ただし $\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{37}}$, $\cos\alpha=\dfrac{6}{\sqrt{37}}$ $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。

$0\leqq\theta<\pi$ だから $\alpha\leqq2\theta+\alpha<2\pi+\alpha$

したがって $-1\leqq\sin(2\theta+\alpha)\leqq1$

よって 最大値は $\dfrac{7+\sqrt{37}}{6}$ 最小値は $\dfrac{7-\sqrt{37}}{6}$ ・・・(答)