志望学部	受験番号
医 学部	番

数学

平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔I〕 (1)

(a) 1の位は2,4の2通り 他の4桁はそれぞれ4通り

$\therefore\ 2\times4^4=512$ …(答)

(b) 各位の和が9の倍数となる5つの数の組合せは

11124、11133、11223、12222、24444、33444 がある

それぞれの並べ方を考えて、求める個数は

$$\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{2!3!}$$

$=80$ …(答)

(c) (i) 万の位が2、千の位が2,3,4となるのは 3×4^3

(ii) 万の位が3、4となるのは 2×4^4

(i)(ii)より $3\times4^3+2\times4^4=704$ …(答)

(2) (m,n)の組の個数は全部で $4^5\times4^5=1024^2$

このうち

(i) $m=n$ となるものは 1024

(ii) $m<n$ となるものは $m>n$ となるものと同数

$$\frac{1024^2-1024}{2}$$

(i)(ii)より

$$1024+\frac{1024^2-1024}{2}=524800$$ …(答)

得点	

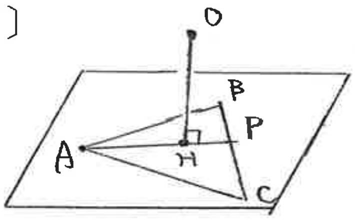
志望学部	受験番号
医 学部	番

数学

平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔II〕



(1) $\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,1,2)$

点Hは $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ でつくられる平面上にあるので，実数 x, y を用いて，平面上の点は

$\overrightarrow{AH}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。

$\overrightarrow{AH}=(-x,2x,0)+(-y,y,2y)=(-x-y,\ 2x+y,\ 2y)$

$\overrightarrow{OH}=(2-x-y,\ 2x+y,\ 2y)$

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ より $-2+x+y+4x+2y=0$

$5x+3y=2$ —①

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$ より $-2+x+y+2x+y+4y=0$

$3x+6y=2$ —②

①，②より $x=\frac{2}{7}$, $y=\frac{4}{21}$

したがって，$\overrightarrow{AH}=\frac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{21}\overrightarrow{AC}$ —※ と表せる

$\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=\frac{2}{7}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\frac{4}{21}(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})$

$\overrightarrow{OH}=\frac{11}{21}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{7}\overrightarrow{OB}+\frac{4}{21}\overrightarrow{OC}$ となり

$s=\frac{11}{21}$, $t=\frac{2}{7}$, $u=\frac{4}{21}$ …(答)

(2) ※より $\overrightarrow{AH}=\frac{6\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{21}=\frac{10}{21}\times\frac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{5}$

したがって，点Pは線分BCを2:3に内分するから，BP:PC=2:3 …(答)

(3) $\overrightarrow{AP}=\frac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{5}$ であるので，成分を用いて表すと

$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\{(-3,6,0)+(-2,2,4)\}=\frac{1}{5}(-5,8,4)$

したがって，

$|\overrightarrow{AP}|=\frac{1}{5}\sqrt{25+64+16}$

$|\overrightarrow{AP}|=\frac{\sqrt{105}}{5}$ …(答)

得点	

◇K10(216—5)

志望学部	受験番号
医 学部	番

数学　平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

〔Ⅲ〕

(1) $C_1 : y=\sqrt{x}$ より $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(a, \sqrt{a})$ における接線は $y-\sqrt{a}=\frac{1}{2\sqrt{a}}(x-a)$

$\therefore L_1 : y=\frac{1}{2\sqrt{a}}x+\frac{\sqrt{a}}{2}$ …(答)

(2) C_2 $y=\frac{1}{-x^2}$ から 接点を $(t, \frac{1}{t})$ とおくと

L_1とL_2が直交するので、傾きについて

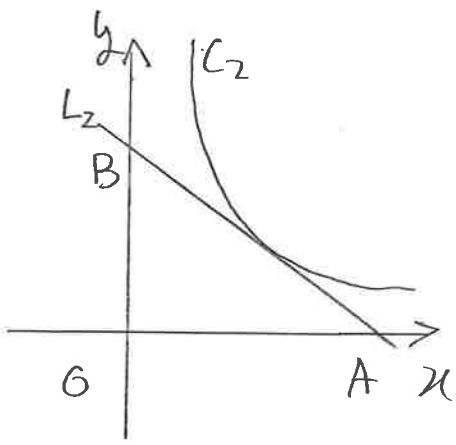
$-\frac{1}{t^2}\times\frac{1}{2\sqrt{a}}=-1$　$t>0$ より $t=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt[4]{a}}$

ゆえに $y-\sqrt{2}\sqrt[4]{a}=-2\sqrt{a}\left(x-\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt[4]{a}}\right)$ から

$L_2 : y=-2\sqrt{a}\,x+2\sqrt{2}\sqrt[4]{a}$ …(答)

(3) L_2で $y=0$ とすると $x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{a}}$　$\therefore A\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{a}}, 0\right)$

$x=0$ とすると $y=2\sqrt{2}\sqrt[4]{a}$　$\therefore B(0, 2\sqrt{2}\sqrt[4]{a})$



よって

$l=OA+OB=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{a}}+2\sqrt{2}\sqrt[4]{a}$ …(答)

ここで $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{a}}>0$, $2\sqrt{2}\sqrt[4]{a}>0$ から 相加平均、相乗平均の大小関係より

$l \geqq 2\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{a}}\times 2\sqrt{2}a}=4$

l の最小値は 4 …(答)

得点	

志望学部	受験番号
学部	番

数学

平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔IV〕

(1) $f(x)=1+\int_0^x (x-t)f(t)\,dt$ …① とする

$f(x)=1+x\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t f(t)\,dt$ より

両辺をxで微分して

$f'(x)=\int_0^x f(t)\,dt+xf(x)-xf(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ …②

さらにxで微分して　$f''(x)=f(x)$

$\varphi(x)=f(x)+f'(x)$ より　$\varphi'(x)=f'(x)+f''(x)=f'(x)+f(x)=\varphi(x)$

$\therefore \dfrac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}=1$ …(答)

(2) (1)より $\int \dfrac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}dx=\int 1\,dx$

$\therefore \log|\varphi(x)|=x+C$　(Cは積分定数)

$\varphi(0)=f(0)+f'(0)=1$　($\because$ ①②より)　$\therefore C=0$

$\therefore \log|\varphi(x)|=x$　$\therefore \varphi(x)=\pm e^x$　$\varphi(0)=1$ より $\varphi(x)=e^x$

$\therefore f(x)+f'(x)=e^x$

両辺にe^xをかけて　$(e^x)'f(x)+e^xf'(x)=e^{2x}$

$\therefore \{e^xf(x)\}'=e^{2x}$

$e^xf(x)=\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C'$　(C'は積分定数)

$f(0)=1$ より $C'=\frac{1}{2}$

$e^xf(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{2}$

$\therefore f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ …(答)

得点	