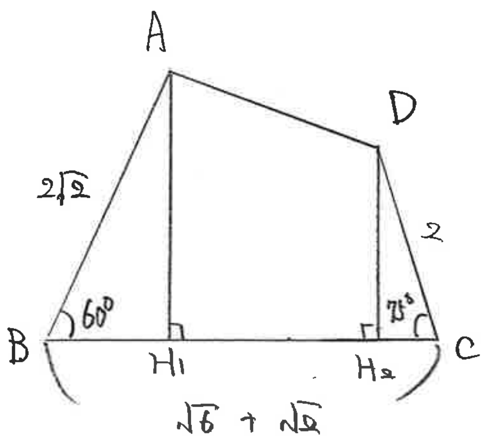
志望学部	受験番号
地域学部	番

数学

平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B

〔I〕



$\sin 75^\circ$ と $\cos 75^\circ$ を加法定理を用いて求める。

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$
$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$$
$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$
$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$$
$$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$
$$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

点A, Dから線分BCに垂線を下ろし、その足を H_1, H_2 とおくと、

$AH_1 = 2\sqrt{2}\sin 60^\circ = \sqrt{6}$, $BH_1 = 2\sqrt{2}\cos 60^\circ = \sqrt{2}$

$DH_2 = 2\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$, $CH_2 = 2\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ なので

$$H_1H_2 = (\sqrt{6}+\sqrt{2}) - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

したがって、求める四角形の面積を S とおくと

$$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{1}{2} \times \left(\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right) \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$
$$= \sqrt{3} + \frac{8\sqrt{3}+20}{8} + \frac{1}{2}$$

$$\underline{S = 2\sqrt{3} + 3} \quad \cdots (答)$$

得点	

志望学部	受験番号
地域学部	番

数学

平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B

〔II〕

(1) 1の位は2,4の2通り 他の4桁はそれぞれ4通り

$\therefore\ 2\times 4^4 = 512$ …(答)

(2) 各位の和が9の倍数となる5つの数の組合せは

11124、11133、11223、12222、24444、33444 がある

それぞれの並べかえを考えて、求める個数は

$$\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{2!3!}$$

$= 80$ …(答)

(3) (i) 万の位が2、千の位が2,3,4となるのは 3×4^3

(ii) 万の位が3、4となるのは 2×4^4

(i)(ii)より $3\times 4^3+2\times 4^4 = 704$ …(答)

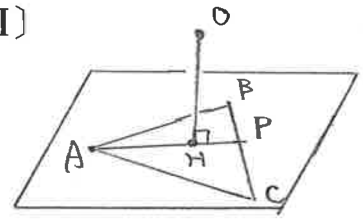
得点	

志望学部	受験番号
地域学部	番

数 学　　平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B

〔III〕



(1) $\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,1,2)$

点Hは $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ でつくられる平面上にあるので、実数 x, y を用いて、平面上の点は

$\overrightarrow{AH}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。

$\overrightarrow{AH}=(-x,2x,0)+(-y,y,2y)=(-x-y,2x+y,2y)$

$\overrightarrow{OH}=(2-x-y,2x+y,2y)$

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ より $-2+x+y+4x+2y=0$

$5x+3y=2$ ── ①

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$ より $-2+x+y+2x+y+4y=0$

$3x+6y=2$ ── ②

①, ②より $x=\frac{2}{7}$, $y=\frac{4}{21}$

したがって、$\overrightarrow{AH}=\frac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{21}\overrightarrow{AC}$ ── ※ と表せる。

$\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=\frac{2}{7}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\frac{4}{21}(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})$

$\overrightarrow{OH}=\frac{11}{21}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{7}\overrightarrow{OB}+\frac{4}{21}\overrightarrow{OC}$ となり

$s=\frac{11}{21}$, $t=\frac{2}{7}$, $u=\frac{4}{21}$ …(答)

(2) ※より $\overrightarrow{AH}=\frac{6\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{21}=\frac{10}{21}\times\frac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{5}$

したがって、点Pは線分BCを2:3に内分するから、BP:PC=2:3 …(答)

(3) $\overrightarrow{AP}=\frac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{5}$ であるので、成分を用いて表すと

$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\{(-3,6,0)+(-2,2,4)\}=\frac{1}{5}(-5,8,4)$

したがって、

$|\overrightarrow{AP}|=\frac{1}{5}\sqrt{25+64+16}$

$|\overrightarrow{AP}|=\frac{\sqrt{105}}{5}$ …(答)

得点	

志望学部	受験番号
地域学部	番

数学　平成27年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B

〔IV〕

(1) $5!+4!+3! = 120+24+6 = \underline{\underline{150}}$ …(答)

(2) $a!+2 = 2^n$ $(n \geqq 4)$ と仮定する.

$$a! = 2^n - 2 = 2^1 \times (2^{n-1}-1)$$

$n \geqq 4$ で $2^{n-1}-1$ は奇数であるから, $a \geqq 4$ より $a!$ は少なくとも3個の2を含むが, 右辺は2が1個しか含まれないので矛盾

したがって, $a!+2$ は2の累乗とはなり得ない.

(3) $\frac{a!}{2}+4 = 2^m$ $(m \geqq 6)$ と仮定する

$$a! = 2 \times (2^m - 4) = 2^3 \times (2^{m-2}-1)$$

$m \geqq 6$ で $2^{m-2}-1$ は奇数であるから, $a \geqq 6$ より $a!$ は少なくとも4個の2を含むが, 右辺は2が3個しか含まれないので矛盾

したがって, $\frac{a!}{2}+4$ は2の累乗とはなり得ない.

(4)

(i) $c \geqq 3$ のとき $a \geqq b \geqq c$ より
$a!+b!+c!$ は3の倍数であるので
2の累乗とはならない

(ii) $c=1$ のとき
$a!+b!+1$ が2の累乗と表せるとき
$a!+b!$ は奇数でなくてはならない
$a=1$ のとき $1!+1!+1!=3$ より
不適なので $a \geqq 2$
$a \geqq b$ で $a!+b!$ は奇数なので
$b!=1$
したがって, $a!+b!+c! = a!+2$
と表せる。(2) より $a \geqq 4$ は不適
であるので, $a=2,3$
このとき, 題意をみたす.

(iii) $c=2$ のとき $a \geqq b \geqq 2$
$a!+b!+2 = 2^n$ と表せるとすると
$\frac{a!}{2}+\frac{b!}{2}+1 = 2^{n-1}$ となり
(ii) と同様に考えて,
$\frac{b!}{2}$ は奇数となり, $\frac{b!}{2} = 1, 3$ より $b=2,3$

㋐ $b=2$ のとき　$a!+b!+c! = a!+3$
$a \geqq 2$ のとき　a が偶数となるから不適

㋑ $b=3$ のとき
$a!+b!+c! = a!+8 = 2\left(\frac{a!}{2}+4\right)$
(3) より $a \geqq 6$ は不適なので
$a = 3, 4, 5$
このうち, 2^n となるのは $a=4,5$

以上より, 求める (a,b,c) は
$\underline{\underline{(a,b,c) = (2,1,1), (3,1,1), (4,3,2), (5,3,2)}}$ …(答)

得点	

◇K10(216—6)