物質

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

〔物質科学科，地球資源環境学科〕
〔機械・電気電子工学科〕
〔建築・生産設計工学科〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

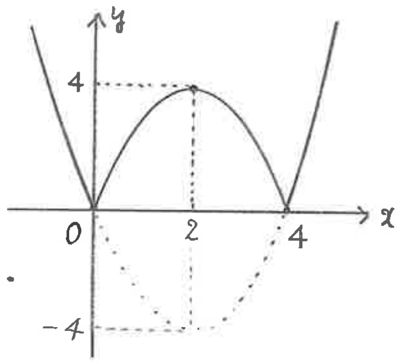
採点欄	

1　$f(x)=|x^2-4x|=|x(x-4)|$

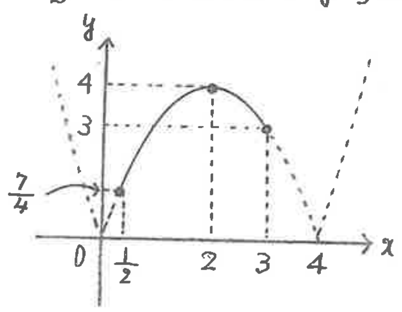
(1)

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x=(x-2)^2-4 & (x\leqq 0,\ 4\leqq x \text{ のとき}) \\ -(x^2-4x)=-(x-2)^2+4 & (0<x<4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

よって，求める $y=f(x)$ のグラフの概形は，右図の通り。



(2)．$\frac{1}{2}\leqq x\leqq 3$ における $y=f(x)$ のグラフは下図．

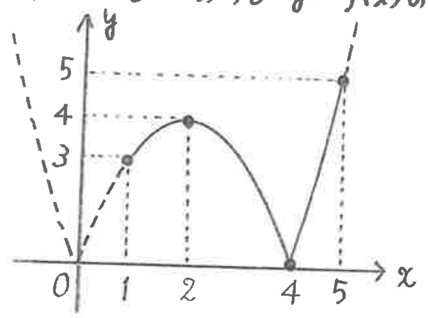


$f(\frac{1}{2})=|\frac{1}{4}-2|=\frac{7}{4}$

$f(3)=|9-12|=3$

よって，$x=2$ のとき，最大値 4，$x=\frac{1}{2}$ のとき，最小値 $\frac{7}{4}$ ---(答)

(3)　$1\leqq x\leqq 5$ における $y=f(x)$ のグラフは下図．



$f(1)=|1-4|=3$

$f(5)=|25-20|=5$

よって，$x=5$ のとき，最大値 5，$x=4$ のとき，最小値 0 ---(答)

(4)

(i)　$x\leqq 0,\ 4\leqq x$ のとき，

$x(x-4)=-\frac{1}{2}x+2$

$2x^2-7x-4=0$

$(2x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2},\ 4$

$(x\leqq 0,\ 4\leqq x$ に適す$)$

(ii)　$0<x<4$ のとき，

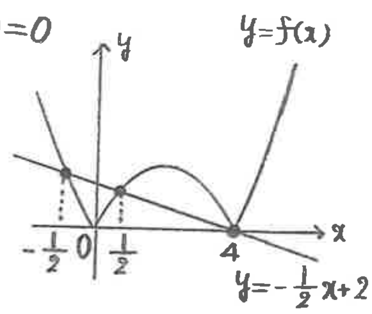
$-x(x-4)=-\frac{1}{2}x+2$

$2x^2-9x+4=0$

$(2x-1)(x-4)=0$

$0<x<4$ より

$x=\frac{1}{2}$



以上 (i)(ii) より，求める共有点の x 座標は

$x=-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ 4$ ---(答)

物質

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

2

m：整数

$y = x^2 - 4(m-3)x + 1 = \{x - 2(m-3)\}^2 - 4(m-3)^2 + 1$

頂点は $P_m(2(m-3), -4(m-3)^2 + 1)$

(1) mはサイコロの目の数より $1 \leqq m \leqq 6$ (mは整数)

P_mが $x > 0$ かつ $y < 0$ の範囲にあるから

$2(m-3) > 0$ かつ $-4(m-3)^2 + 1 < 0$

$\therefore$ $m > 3$ かつ ($m < \frac{5}{2}$, $\frac{7}{2} < m$)

$\therefore$ $m > \frac{7}{2}$

これを満たすmは $m = 4, 5, 6$

よって求める確率は $\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$ …(答)

(2) 1枚の硬貨を6回投げたときの表の出る回数がmより

$0 \leqq m \leqq 6$ (mは整数)

P_mが $x < 0$ かつ $y < 0$ の範囲にあるから

$2(m-3) < 0$ かつ $-4(m-3)^2 + 1 < 0$

$\therefore$ $m < 3$ かつ ($m < \frac{5}{2}$, $\frac{7}{2} < m$)

$\therefore$ $m < \frac{5}{2}$

これを満たすmは $m = 0, 1, 2$

よって求める確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 + {}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 + {}_6C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^6} + \frac{6}{2^6} + \frac{15}{2^6}$$

$$= \underline{\underline{\frac{11}{32}}} \text{ …(答)}$$

物質

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

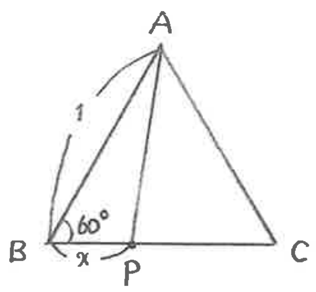
3

(1) $\triangle ABP$ において余弦定理より，

$$AP^2 = 1 + x^2 - 2\cdot 1\cdot x\cdot \cos 60^\circ$$
$$= x^2 - x + 1$$

$AP > 0$ より

$$AP = \sqrt{x^2 - x + 1} \cdots (答)$$



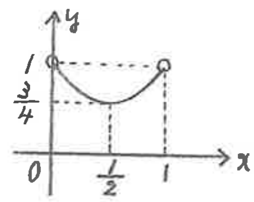
(2) $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$

$$= \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

$0 < x < 1$ より

$x = \frac{1}{2}$ のとき，最小値 $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdots$(答)

$y = x^2 - x + 1 \ (0 < x < 1)$

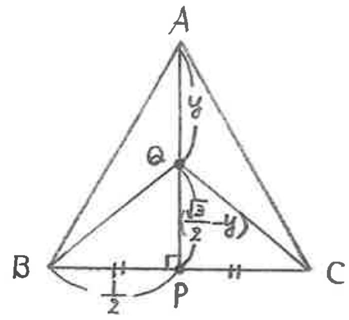


(3) 点Pが辺BCの中点であることより，

$$BP = CP = \frac{1}{2},\quad AP = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$AQ = y$ とおくとき，$QP = \frac{\sqrt{3}}{2} - y$

このとき，$\triangle BPQ$ と $\triangle CPQ$ は合同な直角三角形より，三平方の定理から



$$BQ = CQ = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{y^2 - \sqrt{3}y + 1}$$

よって，

$$g(y) = AQ + BQ + CQ$$
$$= y + 2\sqrt{y^2 - \sqrt{3}y + 1}$$

このとき，$g'(y) = 1 + \dfrac{2y - \sqrt{3}}{\sqrt{y^2 - \sqrt{3}y + 1}}$

$g'(y) = 0$ とすると，$\sqrt{y^2 - \sqrt{3}y + 1} = \sqrt{3} - 2y$

$0 < y < \frac{\sqrt{3}}{2}$ より，両辺共に正より2乗して，

$$y^2 - \sqrt{3}y + 1 = (\sqrt{3} - 2y)^2$$
$$3y^2 - 3\sqrt{3}y + 2 = 0$$
$$(\sqrt{3}y - 1)(\sqrt{3}y - 2) = 0$$

$0 < y < \frac{\sqrt{3}}{2}$ より $\therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$0 < y < \frac{\sqrt{3}}{2}$ での $g(y)$ の増減表は

y	0	$\cdots$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\cdots$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
g'		$-$	0	$+$	
g		↘	極小	↗	

したがって，$y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき，極小かつ最小となり

求める最小値は，$g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{3} \cdots$(答)