志望学部	受験番号
医・医 学部	番

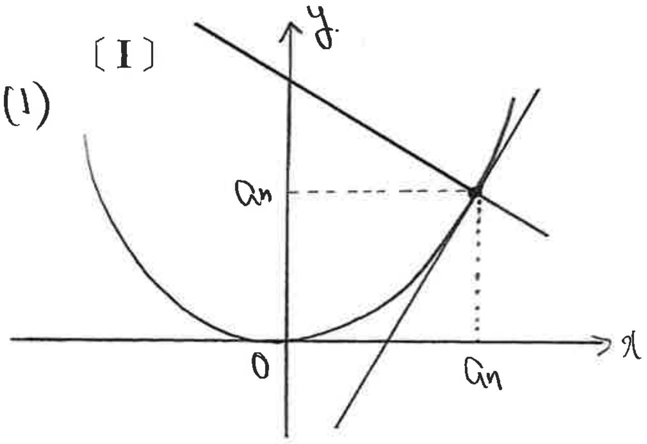
数 学

平成 29 年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔I〕

(1)



$y' = \frac{2}{a_n}x$ より

点$P_n(a_n, a_n)$における接線の傾きは2なので

$l_n : y - a_n = -\frac{1}{2}(x - a_n)$

$l_n : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n$

これと $y = \frac{1}{a_n}x^2$ を連立して

$\frac{1}{a_n}x^2 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n$

$\times 2a_n$ $\quad 2x^2 + a_n x - 3a_n^2 = 0$

$(2x + 3a_n)(x - a_n) = 0$

$x = a_n, -\frac{3}{2}a_n$

$a_{n+1} = -\frac{3}{2}a_n$ より 数列$\{a_n\}$は,初項1,公比$-\frac{3}{2}$の等比数列

$a_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ …(答)

(2)

$A_n = \left| \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n - \frac{1}{a_n}x^2\right) dx \right|$

$= \left| -\frac{1}{a_n} \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} (x - a_n)\left(x + \frac{3}{2}a_n\right) dx \right|$

$= \frac{1}{6a_n}\left(\frac{5}{2}a_n\right)^3$

$= \frac{1}{6} \times \frac{125}{8} a_n^2$

$A_n = \frac{125}{48} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1}$

$\sum_{k=1}^{n} A_k = \frac{125}{48} \times \frac{\left(\frac{9}{4}\right)^n - 1}{\frac{9}{4} - 1} = \frac{25}{12}\left\{\left(\frac{9}{4}\right)^n - 1\right\}$ …(答)

得 点	

志望学部	受験番号
医・医 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔II〕

(1) kについて整理すると $k(x^2+y^2-4)+x-y+1=0$

kについての恒等式なので $\begin{cases} x^2+y^2-4=0 & \cdots ① \\ \text{かつ} \\ x-y+1=0 & \cdots ② \end{cases}$

①, ② より 定点A, Bは $\left(\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{2}, \dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}\right)$ (複号同順) … 答

(2) $k\neq0$ より $x^2+y^2+\dfrac{1}{k}x-\dfrac{1}{k}y-4+\dfrac{1}{k}=0$

$$\left(x+\frac{1}{2k}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2k}\right)^2=\frac{8k^2-2k+1}{2k^2}$$

$D\left(-\dfrac{1}{2k}, \dfrac{1}{2k}\right)$, $E(1,5)$ より

$DE^2=\left(1+\dfrac{1}{2k}\right)^2+\left(5-\dfrac{1}{2k}\right)^2=26-\dfrac{4}{k}+\dfrac{1}{2k^2}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k}-4\right)^2+18$

DEは $k=\dfrac{1}{4}$ のとき最小 … 答

このとき, $r=\sqrt{\dfrac{8k^2-2k+1}{2k^2}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ … 答

(3) (2)より $k=\dfrac{1}{4}$ から Cは中心 $(-2,2)$, 半径 $2\sqrt{2}$ の円

$Q(2\sqrt{2}\cos\theta-2, 2\sqrt{2}\sin\theta+2)$, $E(1,5)$ から $P\left(\sqrt{2}\cos\theta-\dfrac{1}{2}, \sqrt{2}\sin\theta+\dfrac{7}{2}\right)$

$x=\sqrt{2}\cos\theta-\dfrac{1}{2}$, $y=\sqrt{2}\sin\theta+\dfrac{7}{2}$ とすると

点Pは $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2=2$ 上を動く

2点A, Bを通る直線は $x-y+1=0$ より

中心 $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{7}{2}\right)$ からの距離を d とすると

$$d=\frac{\left|-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}+1\right|}{\sqrt{1+1}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$AB=\sqrt{7+7}=\sqrt{14}$ より

最大となる△ABPの面積は

$$\frac{1}{2}\times\sqrt{14}\times\left(\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{5\sqrt{7}}{2} \cdots \text{答}$$

得点	

志望学部	受験番号
医、医 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔III〕

(1) $|y-3x-2x^2| \geqq 0$ より $-(x-1)(2x-1) \geqq 0$

$\underline{\underline{\frac{1}{2} \leqq x \leqq 1}}$ …(答)

(2) (i) $y-3x-2x^2 \geqq 0$ のとき，つまり $y \geqq 2x^2+3x$

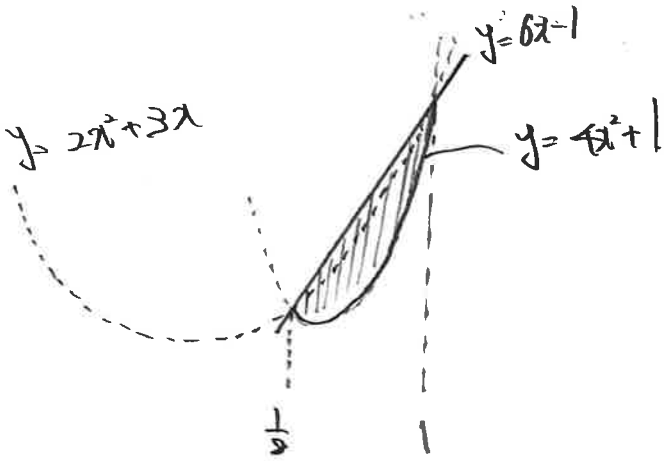
$y-3x-2x^2 = -(2x^2-3x+1)$

$y = 6x-1$

(ii) $y-3x-2x^2 < 0$ のとき，つまり $y < 2x^2+3x$

$-y+3x+2x^2 = -(2x^2-3x+1)$

$y = 4x^2+1$



$S = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (6x-1-4x^2-1)\,dx = -4\int_{\frac{1}{2}}^{1} (x-\frac{1}{2})(x-1)\,dx$

$= \frac{4}{6} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\underline{\underline{S = \frac{1}{12}}}$ …(答)

得点	

◇K11(097—9)

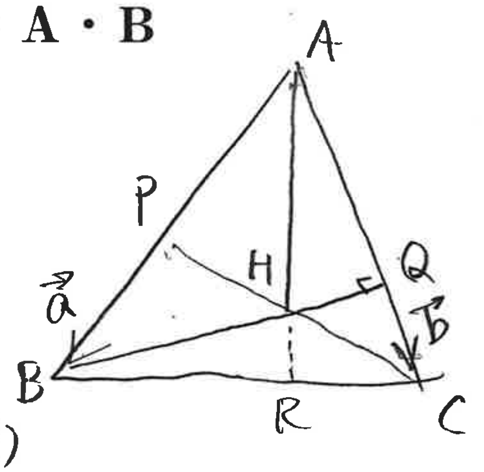
志望学部	受験番号
医 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔IV〕



(1) $\overrightarrow{AP}=k\vec{a}$ とおくと(kは定数)

$CP\perp AB$ より $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

$(k\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}=0$ $k|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\therefore k=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}$ $\therefore \overrightarrow{AP}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\vec{a}$ …(答)

$\overrightarrow{AQ}=l\vec{b}$ とおくと(lは定数)

$BQ\perp AC$ から同様にして $l=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}$ $\therefore \overrightarrow{AQ}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}$ …(答)

(2) $BH:HQ=s:1-s$, $PH:HC=t:1-t$ (s,tは定数)とおくと

$\overrightarrow{AH}=(1-s)\vec{a}+sl\vec{b}$ …①

$\overrightarrow{AH}=(1-t)k\vec{a}+t\vec{b}$ …②

①② より $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$, $\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ より

$\begin{cases}1-s=(1-t)k\\ sl=t\end{cases}$ これを解いて $s=\dfrac{1-k}{1-kl}$, $t=\dfrac{(1-k)l}{1-kl}$

$1-s=1-\dfrac{1-\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}}{1-\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2}}=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})(|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

$t=\dfrac{\left(1-\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\right)\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}}{1-\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2}}=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})(|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

$\therefore \overrightarrow{AH}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}\left\{(|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{a}+(|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{b}\right\}$ …(答)

$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}\left\{(|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{a}+(|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{b}\right\}(\vec{b}-\vec{a})$

$=0$ となるので

$AH\perp BC$ (証明終)

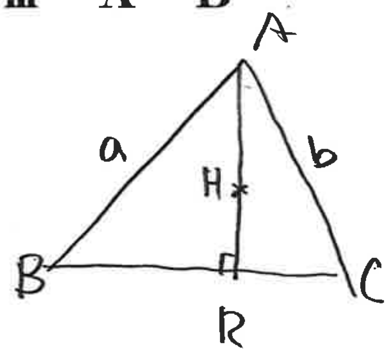
得点	

志望学部	受験番号
医 学部	番

数　学　　平成 29 年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔IV〕



(3) 余弦定理より $BC^2 = a^2+b^2-2abx$

正弦定理より $\dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2-2abx}}{\sqrt{1-x^2}}$

$\therefore \sin B = \dfrac{b\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{a^2+b^2-2abx}}$

$\therefore |\vec{AR}|^2 = (a\sin B)^2 = \dfrac{a^2b^2(1-x^2)}{a^2+b^2-2abx}$ …(答)

(4) $f(x) = |\vec{AR}|^2 = \dfrac{a^2b^2(1-x^2)}{a^2+b^2-2abx}$ とおく

$f'(x) = \dfrac{2a^2b^2(ax-b)(bx-a)}{(a^2+b^2-2abx)^2}$ より $f'(x)=0$ は $x = \dfrac{b}{a}, \dfrac{a}{b}$

$0<\angle A<\pi$ より $-1<x<1$

(i) $a>b$ のとき $0<\dfrac{b}{a}<1<\dfrac{a}{b}$

x	-1	…	$\frac{b}{a}$	…	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	最大	↘	

最大は $x=\dfrac{b}{a}$ のとき

$f\left(\dfrac{b}{a}\right) = b^2$

このとき $AR=AC$ より

$\angle C = \dfrac{\pi}{2}$ の直角三角形

(ii) $a<b$ のとき $0<\dfrac{a}{b}<1<\dfrac{b}{a}$

x	-1	…	$\frac{a}{b}$	…	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	最大	↘	

最大は $x=\dfrac{a}{b}$ のとき

$f\left(\dfrac{a}{b}\right) = a^2$

このとき、$AR=AB$ より

$\angle B = \dfrac{\pi}{2}$ の直角三角形

以上より

$\begin{cases} a>b \text{ のとき最大値 } b^2\text{、}\angle C = \frac{\pi}{2} \text{ の直角三角形} \\ a<b \text{ のとき最大値 } a^2\text{、}\angle B = \frac{\pi}{2} \text{ の直角三角形} \end{cases}$ …(答)

得点	

◇K11(097—10)