志望学部	受験番号
医 生命・~~保健~~ 工 学部	番

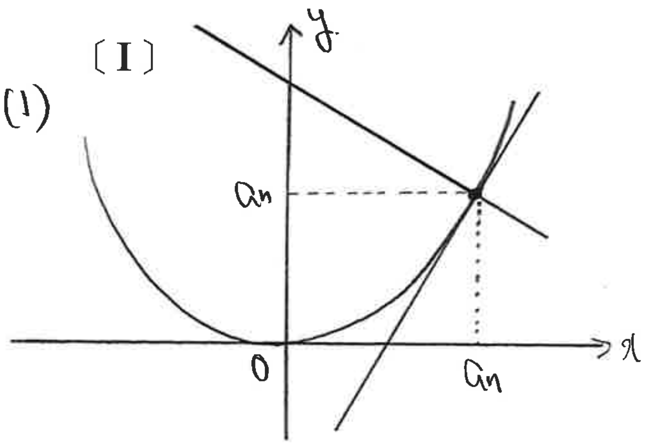
数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔I〕

(1)



$y' = \frac{2}{a_n}x$ より

点 $P_n(a_n, a_n)$ における接線の傾きは2なので

$l_n : y - a_n = -\frac{1}{2}(x - a_n)$

$l_n : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n$

これと $y = \frac{1}{a_n}x^2$ を連立して

$\frac{1}{a_n}x^2 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n$

$\times 2a_n$ $\quad 2x^2 + a_n x - 3a_n^2 = 0$

$(2x + 3a_n)(x - a_n) = 0$

$x = a_n, -\frac{3}{2}a_n$

$a_{n+1} = -\frac{3}{2}a_n$ より 数列 $\{a_n\}$ は、初項1、公比 $-\frac{3}{2}$ の等比数列

$\underline{\underline{a_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}}}$ …(答)

(2)

$A_n = \left| \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n - \frac{1}{a_n}x^2\right) dx \right|$

$= \left| -\frac{1}{a_n} \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} (x - a_n)\left(x + \frac{3}{2}a_n\right) dx \right|$

$= \frac{1}{6a_n}\left(\frac{5}{2}a_n\right)^3$

$= \frac{1}{6} \times \frac{125}{8} a_n^2$

$A_n = \frac{125}{48} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1}$

$\sum_{k=1}^{n} A_k = \frac{125}{48} \times \frac{\left(\frac{9}{4}\right)^n - 1}{\frac{9}{4} - 1} = \underline{\underline{\frac{25}{12}\left\{\left(\frac{9}{4}\right)^n - 1\right\}}}$ …(答)

得点	

志望学部	受験番号
医 生命・保健 工 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔II〕

(1) kについて整理すると

$k(x^2+y^2-4)+x-y+1=0$

kについての恒等式なので

$\begin{cases} x^2+y^2-4=0 & \cdots ① \\ \text{かつ} \\ x-y+1=0 & \cdots ② \end{cases}$

①, ②より 定点A, Bは $\left(\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{2}, \dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}\right)$ (複号同順) …答

(2) $k\neq 0$より $x^2+y^2+\dfrac{1}{k}x-\dfrac{1}{k}y-4+\dfrac{1}{k}=0$

$\left(x+\dfrac{1}{2k}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{2k}\right)^2=\dfrac{8k^2-2k+1}{2k^2}$

$D\left(-\dfrac{1}{2k}, \dfrac{1}{2k}\right)$, $E(1,5)$より

$DE^2=\left(1+\dfrac{1}{2k}\right)^2+\left(5-\dfrac{1}{2k}\right)^2=26-\dfrac{4}{k}+\dfrac{1}{2k^2}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k}-4\right)^2+18$

DEは $k=\dfrac{1}{4}$のとき, 最小 …答

このとき $r=\sqrt{\dfrac{8k^2-2k+1}{2k^2}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ …答

得点	

志望学部	受験番号
医・生命・保健 工 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔III〕

(1) $|y-3x-2x^2| \geqq 0$ より $-(x-1)(2x-1) \geqq 0$

$\frac{1}{2} \leqq x \leqq 1$ …(答)

(2) (i) $y-3x-2x^2 \geqq 0$ のとき，つまり $y \geqq 2x^2+3x$

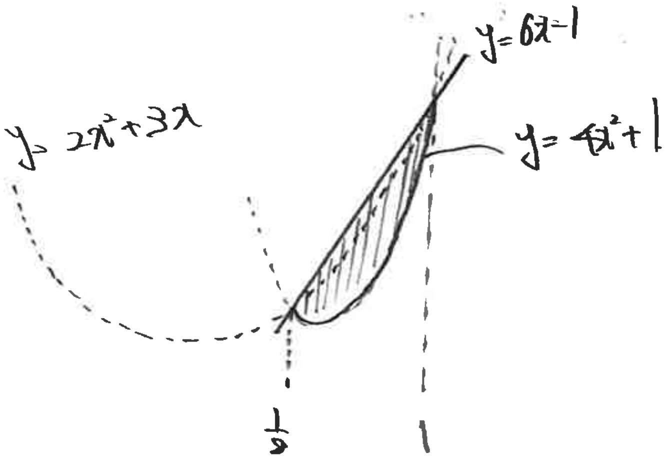
$y-3x-2x^2 = -(2x^2-3x+1)$

$y = 6x-1$

(ii) $y-3x-2x^2 < 0$ のとき，つまり $y < 2x^2+3x$

$-y+3x+2x^2 = -(2x^2-3x+1)$

$y = 4x^2+1$



$$S = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (6x-1-4x^2-1)\,dx = -4\int_{\frac{1}{2}}^{1} (x-\tfrac{1}{2})(x-1)\,dx$$

$$= \frac{4}{6} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$S = \frac{1}{12}$ …(答)

得点	

◇K11(097—9)

志望学部	受験番号
医 生命・~~保健~~ 工 学部	番

数学

平成29年度入学者選抜学力検査解答用紙（前期日程）

I・II・III・A・B

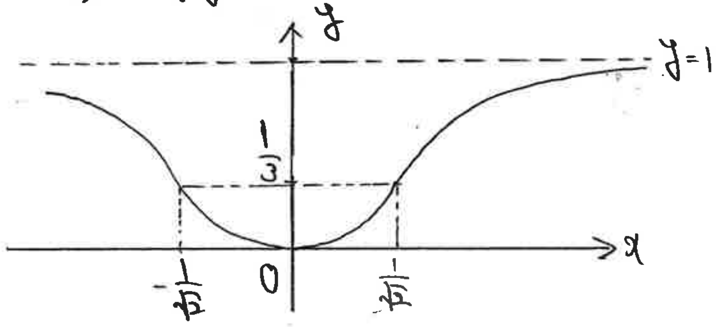
〔IV〕

(1) $f(x) = f(-x)$ より グラフは y 軸について対称，$x \geqq 0$ で考える

$$f'(x) = \frac{2x(1+x^2) - x^2 \times 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x}{(1+x^2)^2} \geqq 0$$

このとき，増減表は次のようになる

x	0	$\cdots$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	0	$\nearrow$



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

したがって，

$x \geqq 0$ において単調増加，$x \leqq 0$ において単調減少 …(答)

(2) 法線の傾きは $-\dfrac{(1+t^2)^2}{2t}$ より 法線の方程式は

$$y = -\frac{(1+t^2)^2}{2t}(x-t) + \frac{t^2}{1+t^2}$$

$$y = -\frac{(1+t^2)^2}{2t}x + \frac{(1+t^2)^2}{2} + \frac{t^2}{1+t^2}$$

$y=0$ とすると $\quad x = t + \dfrac{2t^3}{(1+t^2)^3}$

したがって，$S(t) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2t^3}{(1+t^2)^3} \times \dfrac{t^2}{1+t^2} = \dfrac{t^5}{(1+t^2)^4}$ …(答)

(3) $$S'(t) = \frac{5t^4 \times (1+t^2)^4 - t^5 \times 4(1+t^2)^3 \times 2t}{(1+t^2)^8} = \frac{t^4(5-3t^2)}{(1+t^2)^5}$$

$t > 0$ における増減表は次のようになる

t	(0)	$\cdots$	$\frac{\sqrt{15}}{3}$	$\cdots$
$S'(t)$		$+$	0	$-$
$S(t)$		$\nearrow$	最大	$\searrow$

$$S\left(\frac{\sqrt{15}}{3}\right) = \frac{\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{\sqrt{15}}{3}}{\left(1+\frac{5}{3}\right)^4} = \frac{75\sqrt{15}}{4096}$$

したがって，$S(t)$ は $t = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$ のとき最大値 $\dfrac{75\sqrt{15}}{4096}$ …(答)

得点	