志望学部	受験番号
工・生命・保 学部	番

数　学

平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

〔Ⅰ〕

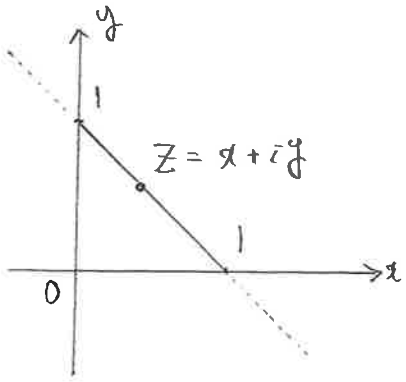
(1) $z = \frac{1}{w}$ より $x + iy = \frac{1}{u+iv}$

$$x + iy = \frac{u - iv}{u^2 + v^2}$$

x, y, u, v は実数だから $\frac{u}{u^2+v^2}$, $\frac{v}{u^2+v^2}$ も実数なので

$$x = \frac{u}{u^2+v^2}, \quad y = \frac{-v}{u^2+v^2} \quad \cdots (答)$$

(2)



$$x + y = 1 \quad (x \geqq 0,\ y \geqq 0)$$

(1) より

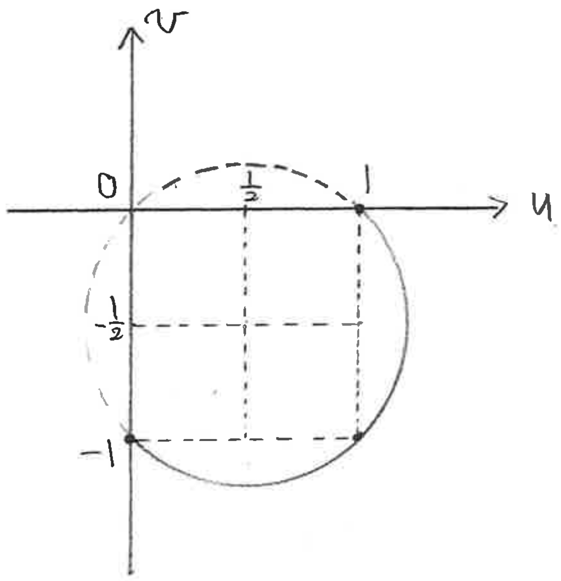
$$\frac{u}{u^2+v^2} + \frac{(-v)}{u^2+v^2} = 1$$

×(u^2+v^2)

$$u - v = u^2 + v^2$$

$$\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(v + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

また, $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ より $u \geqq 0$, $v \leqq 0$



求める図形は左図の実線部分

ただし, $(u, v) \neq (0, 0)$ とする。

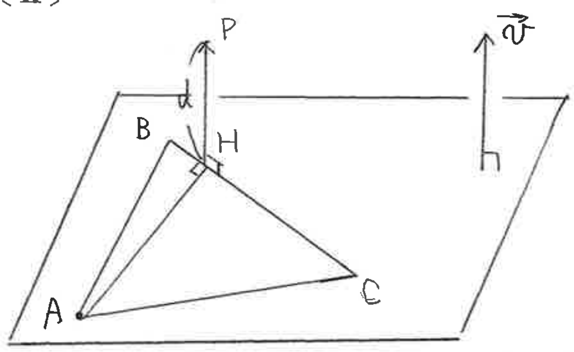
得点	

志望学部	受験番号
医(医) 工・生命・保　学部 地域・農	番

数学　平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔II〕



(1) $\overrightarrow{BC}=(-4,4,8)\parallel(-1,1,2)=\vec{\ell}$ とおく

3点 B, H, C は同一直線上にあるので

$\overrightarrow{BH}=k\vec{\ell}$ (k:実数) とおくことができる

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OB}+k\vec{\ell}=(3,-3,-5)+k(-1,1,2)$

$\overrightarrow{OH}=(3-k,-3+k,-5+2k)$ … (*)

$\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=(6-k,k,-6+2k)$

$\overrightarrow{AH}\perp\vec{\ell}$ より $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{\ell}=0$ だから

$-6+k+k+4k-12=0$

$6k=18$

$k=3$

(*)より $\overrightarrow{OH}=(0,0,1)$

したがって, $\underline{H(0,0,1)}$ … (答)

(2) $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(6,0,-6)\parallel(1,0,-1)=\vec{n_1}\\ \overrightarrow{AC}=(2,4,2)\parallel(1,2,1)=\vec{n_2}\end{cases}$ とすると

$\vec{n_1}\perp\vec{v}$ より $\vec{n_1}\cdot\vec{v}=0$ だから

$v_1-v_3=0$

$v_3=v_1$

$\vec{n_2}\perp\vec{v}$ より $\vec{n_2}\cdot\vec{v}=0$ だから

$v_1+2v_2+v_3=0$

$v_3=v_1$ より　$2v_2=-2v_1$

$v_2=-v_1$

したがって, $\vec{v}=(v_1,-v_1,v_1)$

$|\vec{v}|=1$ より　$v_1^2+v_1^2+v_1^2=1$

$v_1=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$v_1>0$ より　$\underline{\vec{v}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}$ … (答)

(3) $\overrightarrow{BC}=(-4,4,8)=4(-1,1,2)$

$|\overrightarrow{BC}|=4\sqrt{1+1+4}=4\sqrt{6}$ より

$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times2=\underline{4\sqrt{6}}$ … (答)

(4) $S=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times d=2\sqrt{6}d$ … ①

$|\overrightarrow{AB}|=6\sqrt{1+0+1}=6\sqrt{2}$ より $|\overrightarrow{AB}|^2=72$ から

$|\overrightarrow{PB}|^2+|\overrightarrow{PA}|^2-2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=72$

ここで, 三平方の定理より

$|\overrightarrow{PA}|^2=18+d^2$, $|\overrightarrow{PB}|^2=54+d^2$ を用いると

$(18+d^2)+(54+d^2)-2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=72$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=d^2$

したがって,

$T=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PA}|^2|\overrightarrow{PB}|^2-(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(18+d^2)(54+d^2)-d^4}$ … ②

$|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{1+4+1}=2\sqrt{6}$ より $|\overrightarrow{AC}|^2=24$ から

$|\overrightarrow{PC}|^2+|\overrightarrow{PA}|^2-2\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=24$

ここで, 三平方の定理より $|\overrightarrow{PC}|^2=6+d^2$ より

$(6+d^2)+(18+d^2)-2\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=24$

$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=d^2$

したがって,

$U=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PA}|^2|\overrightarrow{PC}|^2-(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(18+d^2)(6+d^2)-d^4}$ … ③

$S^2=T^2-U^2$ に ①, ②, ③ を代入して

$24d^2=\frac{1}{4}\{(18+d^2)(54+d^2)-d^4\}-\frac{1}{4}\{(18+d^2)(6+d^2)-d^4\}$

$96d^2=(18+d^2)\times48$

(÷48)

$2d^2=18+d^2$

$d^2=18$

$d>0$ より　$\underline{d=3\sqrt{2}}$ … (答)

得点	

志望学部	受験番号
工・生命・保学部	番

数学　　平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔III〕

(1) $g(x) = x^3 e^{-x^2}$ とおくと,

$g(-x) = -g(x)$ より奇関数である.

$g'(x) = 3x^2 e^{-x^2} + x^3 \times e^{-x^2} \times (-2x)$

$= x^2 e^{-x^2}(3 - 2x^2)$

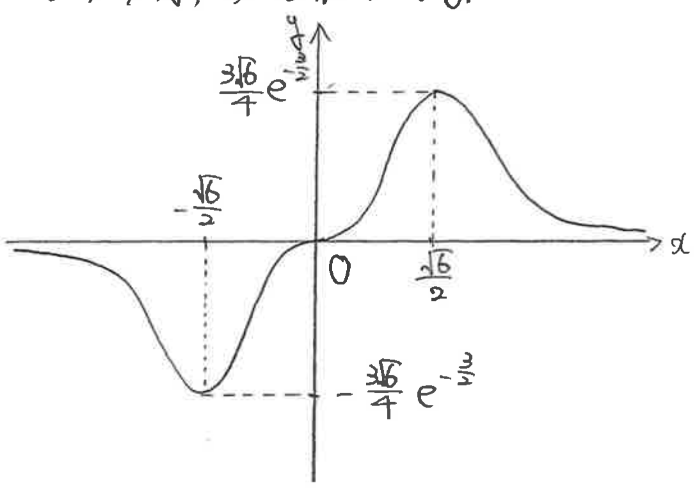
$g'(x) = 0$ とすると, $x = 0, \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

したがって, $x \geqq 0$ における増減表は, 次のようになる.

x	0	$\cdots$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\cdots$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{6}}{4}e^{-\frac{3}{2}}$	$\searrow$

$\lim_{x \to +\infty} x^3 e^{-x^2} = 0$

グラフは, 次の形になる.



また,

(答) $\begin{cases} 極大値 : \frac{3\sqrt{6}}{4}e^{-\frac{3}{2}} \quad (x = \frac{\sqrt{6}}{2} のとき) \\ 極小値 : -\frac{3\sqrt{6}}{4}e^{-\frac{3}{2}} \quad (x = -\frac{\sqrt{6}}{2} のとき) \end{cases}$

(2) $\int_0^r x^3 e^{-x^2} dx = \int_0^r x^2 \times (x e^{-x^2}) dx$

$= \frac{-1}{2} \int_0^r x^2 (e^{-x^2})' dx$

$= -\frac{1}{2}\left[x^2 e^{-x^2}\right]_0^r + \frac{1}{2}\int_0^r 2x \times e^{-x^2} dx$

$= -\frac{1}{2} r^2 e^{-r^2} + \frac{1}{2}\left[-e^{-x^2}\right]_0^r$

$= -\frac{1}{2} r^2 e^{-r^2} + \frac{1}{2}(-e^{-r^2} + 1)$ なので

$\lim_{r \to \infty} r^2 e^{-r^2} = \lim_{X \to \infty} \frac{X}{e^X} = 0$ ($r^2 = X$ とおいた)

$\lim_{r \to \infty} e^{-r^2} = 0$ 　だから

$\lim_{r \to \infty} \int_0^r x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$ … (答)

得点	

志望学部	受験番号
医(医) 工・生命・保 学部	番

数　学　　平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔IV〕

(1) 2つの曲線 $y=x^3-x$, $y=t^3x^3-tx$ の共有点の x 座標を求める。

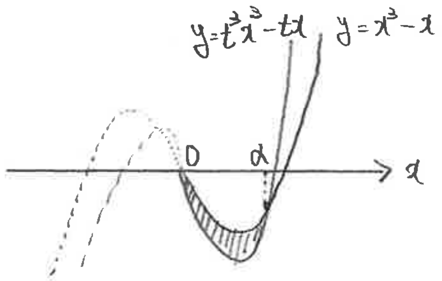
$$x^3-x=t^3x^3-tx$$

$$(t^3-1)x^3-(t-1)x=0$$

$$(t-1)x\{(t^2+t+1)x^2-1\}=0$$

$t \neq 1$ より $x=0,\ \pm\dfrac{1}{\sqrt{t^2+t+1}}$

$\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{t^2+t+1}}$ とおく



したがって,

$$F(t)=\left|\int_0^{\alpha}\{(x^3-x)-(t^3x^3-tx)\}\,dx\right|$$

$$=\left|\int_0^{\alpha}(t-1)x\{1-(t^2+t+1)x^2\}\,dx\right|$$

$$=|t-1|\left|\int_0^{\alpha}\{x-(t^2+t+1)x^3\}\,dx\right|$$

$$=|t-1|\left|\left[\frac{x^2}{2}-\frac{(t^2+t+1)}{4}x^4\right]_0^{\alpha}\right|$$

$$=|t-1|\left|\frac{1}{2}\times\frac{1}{t^2+t+1}-\frac{t^2+t+1}{4}\times\frac{1}{(t^2+t+1)^2}\right|$$

$t^2+t+1=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ なので

$F(t)=\dfrac{|t-1|}{4(t^2+t+1)}$ …(答)

(2) (i) $t>1$ のとき

$F(t)=\dfrac{t-1}{4(t^2+t+1)}$ より

$$F'(t)=\frac{1\times4(t^2+t+1)-(t-1)\times4(2t+1)}{16(t^2+t+1)^2}$$

$$=\frac{-(t^2-2t-2)}{4(t^2+t+1)^2}$$

$F'(t)=0$ とすると $t=1\pm\sqrt{3}$

$t>1$ より $t=1+\sqrt{3}$

このとき, $t>1$ における増減表は

t	1	…	$1+\sqrt{3}$	…
$F'(t)$	／	+	0	−
$F(t)$	0	↗	$\frac{-3+2\sqrt{3}}{12}$	↘

(ii) $t<1$ のとき

$F(t)=\dfrac{1-t}{4(t^2+t+1)}$ より

$$F'(t)=\frac{-1\times4(t^2+t+1)-(1-t)\times4(2t+1)}{16(t^2+t+1)^2}$$

$$=\frac{t^2-2t-2}{4(t^2+t+1)^2}$$

$F'(t)=0$ とすると, $t=1\pm\sqrt{3}$

$t<1$ より $t=1-\sqrt{3}$

このとき, $t<1$ における増減表は

t	…	$1-\sqrt{3}$	…	1
$F'(t)$	+	0	−	／
$F(t)$	↗	$\frac{3+2\sqrt{3}}{12}$	↘	0

以上 (i), (ii) より

(答) $\begin{cases} \text{極大値}\ \dfrac{-3+2\sqrt{3}}{12} & (t=1+\sqrt{3}\text{ のとき}) \\ \text{極大値}\ \dfrac{3+2\sqrt{3}}{12} & (t=1-\sqrt{3}\text{ のとき}) \end{cases}$

得点	