志望学部	受験番号
地域・農 学部	番

数学

平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙（前期日程）

Ⅰ・Ⅱ・A・B

〔Ⅰ〕

(1) $\sqrt{3}$が有理数であると仮定すると

$\sqrt{3}=\frac{q}{p}$ (p、qは互いに素な自然数）とおける。

$\sqrt{3}p=q$ より $3p^2=q^2$ であるから q^2は3の倍数

よって qは3の倍数。$q=3k$ (kは自然数)

とおけば $3p^2=(3k)^2$ $\therefore p^2=3k^2$

p^2は3の倍数 より pも3の倍数となり

p、qが互いに素であることに矛盾。

よって $\sqrt{3}$は無理数である。(証明終)

(2) $a+b\sqrt{3}=c+d\sqrt{3}$ から $(b-d)\sqrt{3}=c-a$ …①

$b-d\neq 0$ とすると $\sqrt{3}=\frac{c-a}{b-d}$ となるが、

(1)より 左辺は無理数、右辺は有理数となり不適

$\therefore b-d=0$ ①より $c-a=0$

よって $a=c$ かつ $b=d$ である。(証明終)

(3) $(a+\sqrt{3})(b+2\sqrt{3})=9+5\sqrt{3}$ より

$(ab+6)+(2a+b)\sqrt{3}=9+5\sqrt{3}$

$ab+6$, $2a+b$, 9, 5 は有理数 であるから (2)より

$\begin{cases} ab+6=9 \\ 2a+b=5 \end{cases}$ これから

$(a,b)=(1,3),\left(\frac{3}{2},2\right)$ …(答)

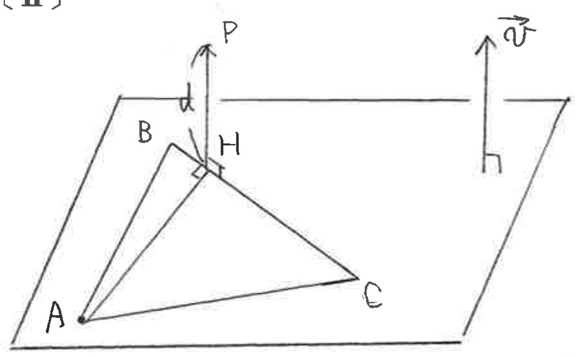
得点	

志望学部	受験番号
医（医） 工・生命・保　学部 地域・農	番

数学　　平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙（前期日程）

I・II・III・A・B

〔II〕



(1) $\overrightarrow{BC}=(-4,4,8) \,/\!/\, (-1,1,2)=\vec{l}$ とおく

3点 B, H, C は同一直線上にあるので

$\overrightarrow{BH}=k\vec{l}$ （k：実数）とおくことができる

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OB}+k\vec{l}=(3,-3,-5)+k(-1,1,2)$

$\overrightarrow{OH}=(3-k,\,-3+k,\,-5+2k)$ …(＊)

$\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=(6-k,\,k,\,-6+2k)$

$\overrightarrow{AH}\perp\vec{l}$ より $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{l}=0$ だから

$-6+k+k+4k-12=0$

$6k=18$

$k=3$

(＊)より $\overrightarrow{OH}=(0,0,1)$

したがって，$\underline{\underline{H(0,0,1)}}$ …(答)

(2) $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(6,0,-6) \,/\!/\, (1,0,-1)=\vec{n_1}\\ \overrightarrow{AC}=(2,4,2) \,/\!/\, (1,2,1)=\vec{n_2}\end{cases}$ とすると

$\vec{n_1}\perp\vec{v}$ より $\vec{n_1}\cdot\vec{v}=0$ だから

$v_1-v_3=0$

$v_3=v_1$

$\vec{n_2}\perp\vec{v}$ より $\vec{n_2}\cdot\vec{v}=0$ だから

$v_1+2v_2+v_3=0$

$v_3=v_1$ より　$2v_2=-2v_1$

$v_2=-v_1$

したがって，$\vec{v}=(v_1,\,-v_1,\,v_1)$

$|\vec{v}|=1$ より　$v_1^2+v_1^2+v_1^2=1$

$v_1=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$v_1>0$ より　$\underline{\underline{\vec{v}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\,-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)}}$ …(答)

(3) $\overrightarrow{BC}=(-4,4,8)=4(-1,1,2)$

$|\overrightarrow{BC}|=4\sqrt{1+1+4}=4\sqrt{6}$ より

$\triangle PBC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times2=\underline{\underline{4\sqrt{6}}}$ …(答)

(4) $S=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times d=2\sqrt{6}\,d$ …①

$|\overrightarrow{AB}|=6\sqrt{1+0+1}=6\sqrt{2}$ より $|\overrightarrow{AB}|^2=72$ から

$|\overrightarrow{PB}|^2+|\overrightarrow{PA}|^2-2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=72$

ここで，三平方の定理より

$|\overrightarrow{PA}|^2=18+d^2$，$|\overrightarrow{PB}|^2=54+d^2$ を用いると

$(18+d^2)+(54+d^2)-2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=72$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=d^2$

したがって，

$T=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PA}|^2|\overrightarrow{PB}|^2-(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB})^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(18+d^2)(54+d^2)-d^4}$ …②

$|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{1+4+1}=2\sqrt{6}$ より $|\overrightarrow{AC}|^2=24$ から

$|\overrightarrow{PC}|^2+|\overrightarrow{PA}|^2-2\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=24$

ここで，三平方の定理より $|\overrightarrow{PC}|^2=6+d^2$ より

$(6+d^2)+(18+d^2)-2\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=24$

$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=d^2$

したがって，

$U=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PA}|^2|\overrightarrow{PC}|^2-(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC})^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(18+d^2)(6+d^2)-d^4}$ …③

$S^2=T^2-U^2$ に①，②，③を代入して

$24d^2=\dfrac{1}{4}\{(18+d^2)(54+d^2)-d^4\}-\dfrac{1}{4}\{(18+d^2)(6+d^2)-d^4\}$

$96d^2=(18+d^2)\times48$

(÷48)

$2d^2=18+d^2$

$d^2=18$

$d>0$ より　$\underline{\underline{d=3\sqrt{2}}}$ …(答)

得点	

志望学部	受験番号
地域農 学部	番

数学

平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B

〔III〕

(1) $x+y+z=8$ …① について

$x=X+1,\ y=Y+1,\ z=Z+1$ とおくと

$x\geqq 1, y\geqq 1, z\geqq 1$ より $X\geqq 0, Y\geqq 0, Z\geqq 0$

①より $(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=8$ から

$X+Y+Z=5$

これをみたす (X, Y, Z) の組の数は

○○○○○|| の並べかえに等しい

$\therefore\ {}_{5+2}C_2=21$ 通り …(答)

(2) $n\geqq 3$ のとき (1)と同様にして

$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=n$ より

$X+Y+Z=n-3\ (X\geqq 0, Y\geqq 0, Z\geqq 0)$

をみたす (X, Y, Z) の組数すなわち

$\underbrace{○○○\cdots○}_{n-3}\ \underbrace{||}_{2}$ の並べかえに等しく ${}_{n-1}C_2=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$

$n\leqq 2$ のとき明らかに0通り よって $\begin{cases}\frac{1}{2}(n-1)(n-2) & (n\geqq 3)\\ 0 & (n\leqq 2)\end{cases}$ …(答)

(3) $n\geqq 3$ のとき、0以上の整数 W に対して

$x+y+z+W=n$ をみたす (x, y, z, W) の組数に等しい。

(2)と同様に

$X+Y+Z+W=n-3$ から

$\underbrace{○○○\cdots○}_{n-3}\ \underbrace{|||}_{3}$ の並べかえの数 ${}_nC_3=\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$

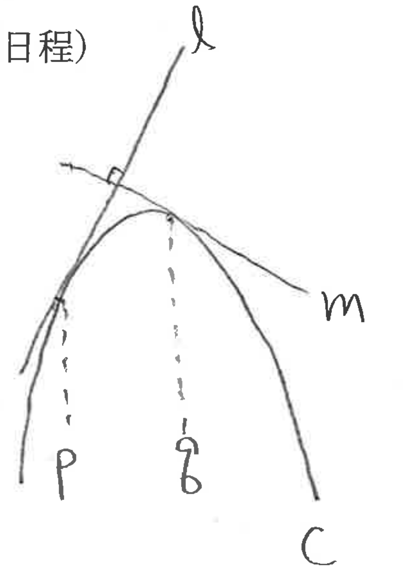
$n\leqq 2$ のとき明らかに0通り よって $\begin{cases}\frac{1}{6}n(n-1)(n-2) & (n\geqq 3)\\ 0 & (n\leqq 2)\end{cases}$ …(答)

志望学部	受験番号
地域・農 学部	番

数学

平成30年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・A・B



〔IV〕

(1) $f(x)=-x^2+b$ とおくと $f'(x)=-2x$

$(p, -p^2+b)$ における接線は

$y=-2p(x-p)-p^2+b$ から

$l: y=-2px+p^2+b$

同様に $m: y=-2qx+q^2+b$

l と m が直交するので $(-2p)\times(-2q)=-1$ ∴ $pq=-\frac{1}{4}$ …①

l と m の交点の座標は $\left(\frac{p+q}{2}, -pq+b\right)$ であり

条件から $-pq+b<0$ ∴ $b<pq$

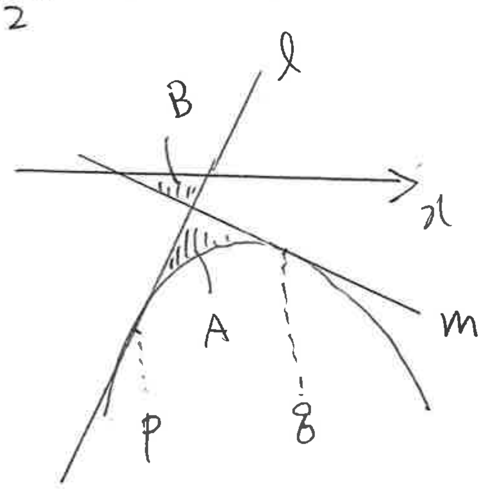
①より $b<-\frac{1}{4}$ …(答)

(2) $A=\int_p^{\frac{p+q}{2}}\{(-2px+p^2+b)-(-x^2+b)\}dx+\int_{\frac{p+q}{2}}^{q}\{(-2qx+q^2+b)-(-x^2+b)\}dx$

$=\int_p^{\frac{p+q}{2}}(x-p)^2dx+\int_{\frac{p+q}{2}}^{q}(x-q)^2dx$

$=\left[\frac{1}{3}(x-p)^3\right]_p^{\frac{p+q}{2}}+\left[\frac{1}{3}(x-q)^3\right]_{\frac{p+q}{2}}^{q}=\frac{1}{12}(q-p)^3$

$=\frac{1}{12}(2\sqrt{3})^3=2\sqrt{3}$ …(答)



(3) l, m と x軸との交点は $p\neq 0, q\neq 0$ より

それぞれ $\left(\frac{p^2+b}{2p}, 0\right), \left(\frac{q^2+b}{2q}, 0\right)$

∴ $B=\frac{1}{2}\left|\frac{q^2+b}{2q}-\frac{p^2+b}{2p}\right|\left|-pq+b\right|$

$=\frac{1}{2}\left|\sqrt{3}(-4b-1)\right|\left|\frac{1}{4}+b\right|=\frac{\sqrt{3}}{8}(4b+1)^2$

$A=B$ より $2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{8}(4b+1)^2$ $b<-\frac{1}{4}$ より $b=-\frac{5}{4}$ …(答)