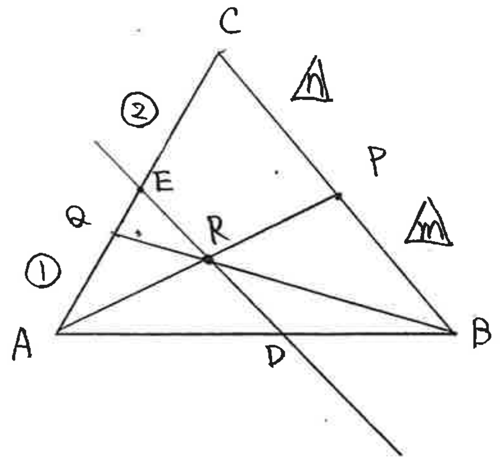
志望学部	受験番号
医、医学科 学部	番

数学

平成31年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔I〕



$\overrightarrow{AP} = \dfrac{m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AB}}{m+n}$

3点A, R, Pは同一直線上にあるので

$\overrightarrow{AR} = \ell\overrightarrow{AP}$ (ℓ:実数)と表せる.

$\overrightarrow{AR} = \dfrac{m}{m+n}\ell\overrightarrow{AC} + \dfrac{n}{m+n}\ell\overrightarrow{AB} = \dfrac{n}{m+n}\ell\overrightarrow{AB} + \dfrac{3m}{m+n}\ell\overrightarrow{AQ}$

点Rは直線BQ上に存在するので

$\dfrac{n}{m+n}\ell + \dfrac{3m}{m+n}\ell = 1$ より $\ell = \dfrac{m+n}{3m+n}$

したがって, $\overrightarrow{AR} = \dfrac{n}{3m+n}\vec{b} + \dfrac{m}{3m+n}\vec{c}$

$\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1}{p}$, $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{1}{q}$ とすると, $k = p + q$ であり, $\overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{p}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{q}\overrightarrow{AC}$

$DR : RE = t : (1-t)$ とおくと, $\overrightarrow{AR} = t\overrightarrow{AE} + (1-t)\overrightarrow{AD}$ から

$\overrightarrow{AR} = \dfrac{t}{q}\overrightarrow{AC} + \dfrac{1-t}{p}\overrightarrow{AB} = \dfrac{1-t}{p}\vec{b} + \dfrac{t}{q}\vec{c}$

前半より $\vec{b} \not\parallel \vec{c}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{c} \neq \vec{0}$ なので

$$\begin{cases} \dfrac{n}{3m+n} = \dfrac{1-t}{p} \text{ より } 1-t = \dfrac{pn}{3m+n} \\ \dfrac{m}{3m+n} = \dfrac{t}{q} \text{ より } t = \dfrac{qm}{3m+n} \end{cases} \text{ から } \dfrac{pn}{3m+n} + \dfrac{qm}{3m+n} = 1$$

$q = k - p$ なので $\dfrac{pn}{3m+n} + \dfrac{(k-p)m}{3m+n} = 1$

$$p\left(\dfrac{n-m}{3m+n}\right) + \dfrac{km}{3m+n} = 1$$

これが p についての恒等式なので $\dfrac{n-m}{3m+n} = 0$ より $m = n$

このとき, $\dfrac{km}{4m} = 1$ から $\underline{\underline{k = 4}}$ …(答)

得点	

◇K12(767—7)

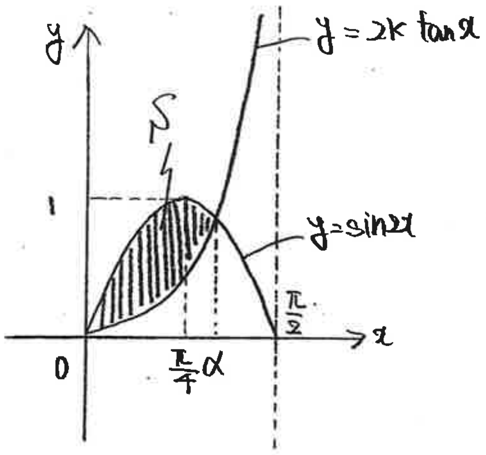
志望学部	受験番号
医・医学科 学部	番

数学

平成31年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔II〕



$y=\sin 2x$ と $y=2k\tan x$ の原点以外の共有点をもとめる

$2\sin x\cos x = 2k\times\frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin x \neq 0$ より　$\cos^2 x = k$

$\cos x = \pm\sqrt{k}$

$0\leqq x<\frac{\pi}{2}$ において $\cos x>0$ より　$\cos x=\sqrt{k}$

この共有点をみたす角を α とおくと，

$\cos\alpha=\sqrt{k}$，$\sin\alpha=\sqrt{1-k}$ をみたす鋭角

求める図の斜線部分の面積を S とすると

$$S=\int_0^\alpha(\sin 2x-2k\tan x)\,dx$$

ここで $\int\tan x\,dx=\int\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int\frac{(\cos x)'}{\cos x}dx=-\log|\cos x|+C$（Cは積分定数）なので

$$S=\left[-\frac{1}{2}\cos 2x+2k\log|\cos x|\right]_0^\alpha$$

$$S=-\frac{1}{2}\cos 2\alpha+2k\log|\cos\alpha|-\left(-\frac{1}{2}\right)\quad\cdots①$$

ここで　$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2k-1$

$\log|\cos\alpha|=\log\sqrt{k}=\frac{1}{2}\log k$　なので ① より

$$S=-\frac{1}{2}(2k-1)+k\log k+\frac{1}{2}$$

$$S=1-k+k\log k\quad\cdots(答)$$

得点	

◇K12(767—8)

志望学部	受験番号
医・医学科 学部	番

数　学　　平成31年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔III〕

(1)

$r(4-3\cos^2\theta)=4\cos\theta$

$r^2(4-3\cos^2\theta)=4r\cos\theta$

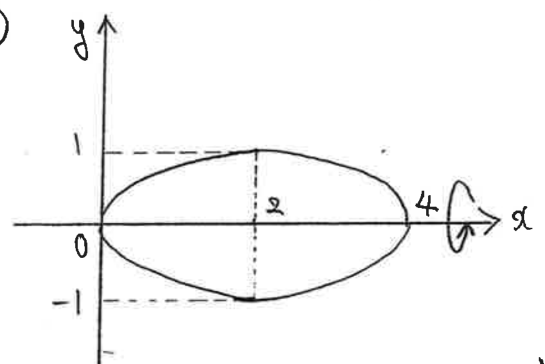
$4(x^2+y^2)-3x^2=4x$

$x^2-4x+4y^2=0$

$(x-2)^2+4y^2=4$

$\dfrac{(x-2)^2}{4}+y^2=1$ …(答)

(2)



曲線Cをx軸の周りに一回転してできる立体の体積をV_1とすると

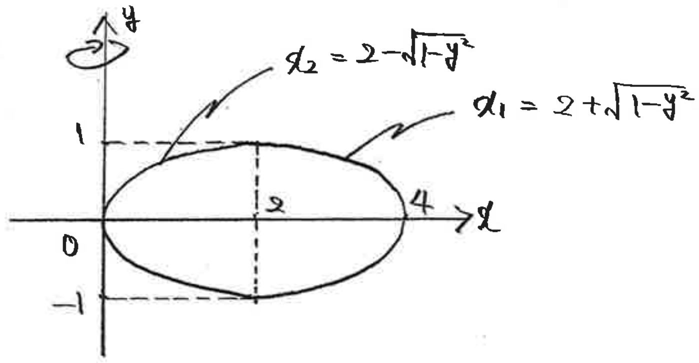
$V_1=\int_0^4\pi y^2dx=\frac{\pi}{4}\int_0^4\{4-(x-2)^2\}dx$

$=\frac{\pi}{4}\left[4x-\frac{(x-2)^3}{3}\right]_0^4$

$=\frac{\pi}{4}\left\{\left(16-\frac{8}{3}\right)-\left(0+\frac{8}{3}\right)\right\}$

$V_1=\frac{8}{3}\pi$ …(答)

(3)



(1)より　$(x-2)^2=4(1-y^2)$

$x-2=\pm2\sqrt{1-y^2}$

$x=2\pm2\sqrt{1-y^2}$

$x_1=2+\sqrt{1-y^2}$，$x_2=2-\sqrt{1-y^2}$ とおく

曲線Cをx軸の周りに一回転してできる立体の体積をV_2とすると

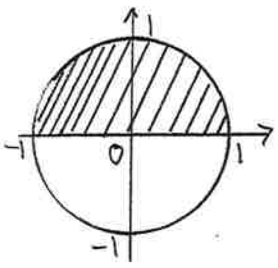
$V_2=\int_{-1}^{1}\pi x_1^2dy-\int_{-1}^{1}\pi x_2^2dy$

$=\pi\int_{-1}^{1}(x_1^2-x_2^2)dy$

$=\pi\int_{-1}^{1}4\times4\sqrt{1-y^2}\,dy$

$V_2=16\pi\int_{-1}^{1}\sqrt{1-y^2}\,dy$ …①

ここで $\int_{-1}^{1}\sqrt{1-y^2}\,dy$ は(図1)の斜線部分の面積を表しているので



$\int_{-1}^{1}\sqrt{1-y^2}\,dy$

$=\pi\times1^2\times\frac{1}{2}$　から

①より　$V_2=8\pi^2$ …(答)

得点	

志望学部	受験番号
医・医学科 学部	番

数学

平成31年度入学者選抜学力検査解答用紙(前期日程)

I・II・III・A・B

〔IV〕

(1) 点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は,

$y - f(t) = f'(t)(x-t)$ より $\underline{\underline{y = f'(t)x - tf'(t) + f(t)}}$ …(答)

(2) $y=0$ とすると, $f'(t)x = tf'(t) - f(t)$

$f'(x)>0$, $t>0$ より $f'(t)>0$ から $x = t - \dfrac{f(t)}{f'(t)}$ これが $-\int_0^t f(x)dx$ に等しいので

$t - \dfrac{f(t)}{f'(t)} = -\int_0^t f(x)dx$ より $x - \dfrac{f(x)}{f'(x)} = -\int_0^x f(t)dt$ が成り立つ

これの両辺を x について微分すると

$$1 - \frac{f'(x)\times f'(x) - f(x)\times f''(x)}{\{f'(x)\}^2} = -f(x)$$

$$\{f'(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 + f(x)f''(x) = -f(x)\{f'(x)\}^2$$

$f(x)>0$ より $f''(x) = -\{f'(x)\}^2$

$f'(x) = y$ とおくと, $y' = -y^2$

$y>0$ より方程式を変形すると $-\dfrac{1}{y^2}\times\dfrac{dy}{dx} = 1$

両辺を x について積分すると $\int\left(-\dfrac{1}{y^2}\right)\times\dfrac{dy}{dx}dx = \int 1dx$

$\dfrac{1}{y} = x + C$ (Cは積分定数)

$y>0$ から $\dfrac{1}{y}>0$ なので $x+C>0$ だから $y = f'(x) = \dfrac{1}{x+C}$

$f'(0) = \dfrac{1}{2}$ より $C=2$ なので $\underline{\underline{f'(x) = \dfrac{1}{x+2}}}$ …(答)

$\int f'(x)dx = \int\dfrac{1}{x+2}dx$

$f(x) = \log(x+2) + D$ (Dは積分定数)

(ただし, $x>0$ より $x+2>0$)

$f(0)=0$ より $\log 2 + D = 0$

$D = -\log 2$

したがって, $f(x) = \log(x+2) - \log 2$

$\underline{\underline{f(x) = \log\dfrac{x+2}{2}}}$ …(答)

得点	