2021 鳥取 地域 [I]

(1) A=Bから $3x^2+14x-24=2x+C$

$3x^2+12x-C-24=0$

判別式をDとすると

$D/4=36-3(-C-24)<0$ $\therefore \underline{\underline{C<-36}}$ …(答)

(2) P(x)をAでわると商が $6x^2+28x-44=2A+4$

余りが -6 より

$P(x)=A(2A+4)-6$

$=\underline{\underline{2A^2+4A-6}}$ …(答)

(3) (2)より $P(x)=2(A+3)(A-1)=0$ とすると

$A=-3, 1$

・$A=-3$ のとき $3x^2+14x-21=0$ から

$x=\dfrac{-7\pm4\sqrt{7}}{3}$

・$A=1$ のとき $3x^2+14x-25=0$ から

$x=\dfrac{-7\pm2\sqrt{31}}{3}$

よって

$\underline{\underline{x=\dfrac{-7\pm4\sqrt{7}}{3},\ \dfrac{-7\pm2\sqrt{31}}{3}}}$ …(答)

2021 鳥取 地域 [II]

(1) $sx+ty=r^2$ …(答)

(2) $t\neq 0$ より $y=-\frac{s}{t}x+\frac{r^2}{t}$ $\therefore k=\frac{r^2}{t}$

$2r<k<3r$ より $2r<\frac{r^2}{t}<3r$

$r>0$ から $\frac{r}{3}<t<\frac{r}{2}$ …①

一方, P は円周上より $s^2+t^2=r^2$

$\therefore t^2=r^2-s^2$ …②

①より $\frac{r^2}{9}<t^2<\frac{r^2}{4}$

②より $\frac{r^2}{9}<r^2-s^2<\frac{r^2}{4}$ $\therefore \frac{3}{4}r^2<s^2<\frac{8}{9}r^2$

$r>0, s>0$ より $\frac{\sqrt{3}}{2}r<s<\frac{2\sqrt{2}}{3}r$ …(答)

2021 鳥取 地域 [III]

(1) $\log_{10} 20^{21} = 21 \times (\log_{10} 2 + \log_{10} 10)$

$= 21 \times 1.3010$

$= 27.321$

$27 < \log_{10} 20^{21} < 28$ から $10^{27} < 20^{21} < 10^{28}$

ゆえに $\underline{\underline{28\text{桁}}}$ …(答)

(2) 最高位の数をAとする (Aは自然数)

(1)より $A \times 10^{27} < 20^{21} < (A+1) \times 10^{27}$ とおける

$\log_{10} A + 27 < 27.321 < \log_{10}(A+1) + 27$

$\therefore \log_{10} A < 0.321 < \log_{10}(A+1)$

$\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ より $A = \underline{\underline{2}}$ …(答)

(3) $5^n > 20^{21}$ の両辺の常用対数をとって

$n \log_{10} 5 > 27.321$

$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = 1 - \log_{10} 2 = 0.699$

$\therefore n > \frac{27.321}{0.699} = 39.08..$

よって 最小の自然数 n は $\underline{\underline{n = 40}}$ …(答)

2021 鳥取大・地域

[IV]

(1) $n=6$ のとき，2進法では 110 のため，$a_6 = 0\times\frac{1}{2} + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$ …(答)

$n=7$ のとき，2進法では 111 のため，$a_7 = 1\times\frac{1}{2} + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \underline{\underline{\frac{7}{8}}}$ …(答)

$n=8$ のとき，2進法では 1000 のため，$a_8 = 0\times\frac{1}{2} + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \underline{\underline{\frac{1}{16}}}$ …(答)

$n=9$ のとき，2進法では 1001 のため，$a_9 = 1\times\frac{1}{2} + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \underline{\underline{\frac{9}{16}}}$ …(答)

(2) $2^k \leqq n < 2^{k+1}$ のとき，$D(n) = k+1$ なので

$a_n = b_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + b_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + b_k\times\left(\frac{1}{2}\right)^k + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$ であるから

$a_{n-2^k} = b_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + b_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + b_k\times\left(\frac{1}{2}\right)^k$

$\underline{\underline{a_n = a_{n-2^k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}}$ …(答)

(3) $2^7 \leqq 130 < 2^8$ に含まれる。$2^{k-1} \leqq n < 2^k$ に含まれる和を T_{2^k} と表す

$1 \leqq n < 2$ のとき，$T_2 = \frac{1}{2}$

$2 \leqq n < 4$ のとき，$T_4 = \frac{1+3}{4} = 1$

$4 \leqq n < 8$ のとき，$T_8 = \frac{1+3+5+7}{8} = \frac{4(1+7)}{8\times2} = 2$

$8 \leqq n < 16$ のとき，$T_{16} = \frac{1+3+\cdots+15}{16} = \frac{8(1+15)}{16\times2} = 4$

$16 \leqq n < 32$ のとき，$T_{32} = \frac{1+3+\cdots+31}{32} = \frac{16(1+31)}{32\times2} = 8$

$32 \leqq n < 64$ のとき，$T_{64} = \frac{1+3+\cdots+63}{64} = \frac{32(1+63)}{64\times2} = 16$

$64 \leqq n < 128$ のとき，$T_{128} = \frac{1+3+\cdots+127}{128} = \frac{64(1+127)}{128\times2} = 32$

(2) より

$a_{128} = a_{128-2^7} + \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^8$，$a_{129} = a_{129-2^7} + \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^8$

$a_{130} = a_{130-2^7} + \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^8$

なので

$S_{130} = \sum_{i=0}^{130} a_i = 0 + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^8 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^8$

$= \frac{3 + 64 + 16384}{256}$

$= \underline{\underline{\frac{16451}{256}}}$ …(答)