2024 鳥取大 工,地域・農

[I]

(1) A点からB点へのすべての道順は $\dfrac{9!}{5!4!} = \underline{\underline{126\text{(通り)}}}$ …(答)

(2) A点からP点までの道順は $\dfrac{3!}{2!1!} = 3$

P点からB点までの道順は $\dfrac{6!}{3!3!} = 20$

よってP点を通過する道順は $3 \cdot 20 = \underline{\underline{60\text{(通り)}}}$ …(答)

(3) $\overline{P} \cap \overline{Q} = \overline{P \cup Q}$ より $n(\overline{P} \cap \overline{Q}) = n(\overline{P \cup Q}) = n(U) - n(P \cup Q)$ …①

ここで (2)より $n(P) = 60$

対称性より $n(Q) = 60$

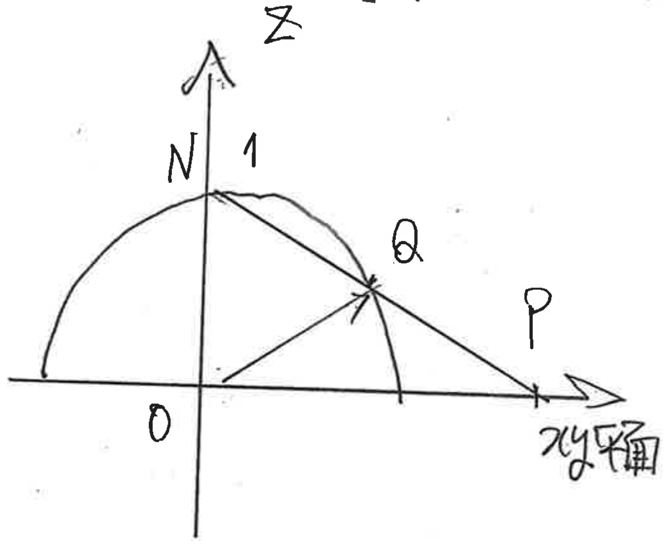
PかつQを通る道順は、AからPまでは 3、PからQまでも $\dfrac{3!}{2!1!} = 3$, QからBも同じで 3.

したがって $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

よって $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q) = 60 + 60 - 27 = 93$.

①より $n(\overline{P} \cap \overline{Q}) = 126 - 93 = \underline{\underline{33\text{(通り)}}}$ …(答)

2024 鳥取大 工[II], 地域・農[II] ((1)(2)のみ)



(1) $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{NQ}$

$=\overrightarrow{ON}+k\overrightarrow{NP}$

$=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}s\\t\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ks\\kt\\1-k\end{pmatrix}$

∴ $Q(ks, kt, 1-k)$ …(答)

(2) $|\overrightarrow{OQ}|=1$ から

$|\overrightarrow{OQ}|^2=(ks)^2+(kt)^2+(1-k)^2=1^2$

∴ $(s^2+t^2+1)k^2-2k=0$

ここで $k=0$ とすると $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}$ となり不適 ∴ $k\neq 0$

$s^2+t^2+1\neq 0$ より $k=\dfrac{2}{s^2+t^2+1}$

∴ $Q\left(\dfrac{2s}{s^2+t^2+1}, \dfrac{2t}{s^2+t^2+1}, \dfrac{s^2+t^2-1}{s^2+t^2+1}\right)$ …(答)

(3) Pが直線 $x=y$, $z=0$ 上を動くので $s=t$

$f(s)=\dfrac{2s}{2s^2+1}$

$f'(s)=\dfrac{2\{(2s^2+1)-s\times 4s\}}{(2s^2+1)^2}=-\dfrac{4\left(s+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(s-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{(2s^2+1)^2}$

s	…	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	…	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	…
$f'(s)$	−	0	+	0	−
$f(s)$	↘	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	↗	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	↘

$\lim_{s\to\infty}f(s)=\lim_{s\to-\infty}f(s)=0$

増減表より 最大値 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 最小値 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ …(答)

2024 鳥取大 工

[III]

(1) 時刻0においては点Aで、1秒後には等しい確率でBかCに移動するので

$a_1=0,\ b_1=\frac{1}{2},\ c_1=\frac{1}{2}$ ・・・(答)

(2) $(n+1)$秒後にAに移動するのは、n秒後でBかまたはCにいた点から移動してくるので

$a_{n+1}=\frac{1}{2}b_n+\frac{1}{2}c_n$ ・・・(答) ・・・①

(3) $a_n+b_n+c_n=1$ ・・・② だから

①×2+② より $2a_{n+1}+a_n=1$ ・・・③

③ は $a_{n+1}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{2}\left(a_n-\frac{1}{3}\right)$ と変形できるので

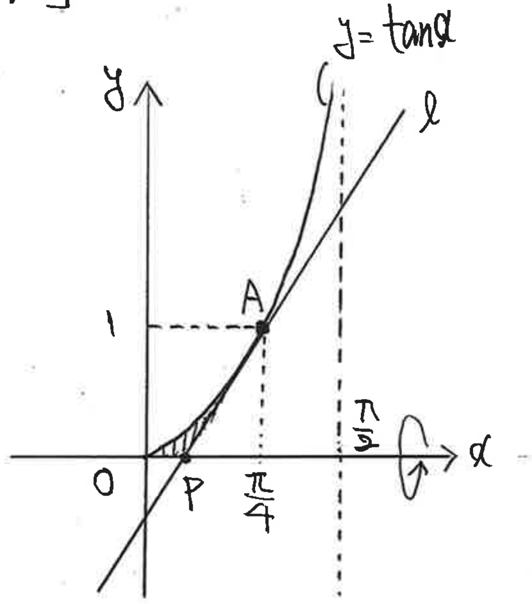
数列$\left\{a_n-\frac{1}{3}\right\}$は、初項 $a_1-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$, 公比 $-\frac{1}{2}$ の等比数列

$\therefore\ a_n-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

よって $a_n=\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$ ・・・(答)

2024 鳥取大・工

[IV]



(1) $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ より点A$\left(\dfrac{\pi}{4},1\right)$における接線$l$は

$l:\ y-1=2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$\underline{l:\ y=2x+1-\dfrac{\pi}{2}}$ …(答)

lとx軸との交点Pの座標は $\underline{\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2},\ 0\right)}$ …(答)

(2) $S=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx-\frac{1}{2}\left\{\frac{\pi}{4}-\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\right\}\times 1$

$=-\Big[\log|\cos x|\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}-\dfrac{1}{4}$

$\underline{S=\dfrac{1}{2}\log 2-\dfrac{1}{4}}$ …(答)

(3) $V=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\pi\tan^2 x\,dx-\frac{1}{3}\times\pi\times 1^2\times\left\{\frac{\pi}{4}-\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\right\}$

$=\pi\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx-\frac{\pi}{6}$

$=\pi\Big[\tan x-x\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}-\dfrac{\pi}{6}$

$=\pi\left(1-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{\pi}{6}$

$\underline{V=\dfrac{5}{6}\pi-\dfrac{\pi^2}{4}}$ …(答)