2024 鳥取大 工,地域・農

[I]

(1) A点からB点へのすべての道順は $\dfrac{9!}{5!4!} = \underline{\underline{126\text{(通り)}}}$ …(答)

(2) A点からP点までの道順は $\dfrac{3!}{2!1!} = 3$

P点からB点までの道順は $\dfrac{6!}{3!3!} = 20$

よってP点を通過する道順は $3\cdot 20 = \underline{\underline{60\text{(通り)}}}$ …(答)

(3) $\overline{P} \cap \overline{Q} = \overline{P \cup Q}$ より $n(\overline{P}\cap\overline{Q}) = n(\overline{P\cup Q}) = n(U) - n(P\cup Q)$ …①

ここで(2)より $n(P) = 60$

対称性より $n(Q) = 60$

PかつQを通る道順は、AからPまでは3、PからQまでも $\dfrac{3!}{2!1!} = 3$、QからBも同じで3.

したがって $3\cdot 3\cdot 3 = 27$.

よって $n(P\cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P\cap Q) = 60 + 60 - 27 = 93$.

①より $n(\overline{P}\cap\overline{Q}) = 126 - 93 = \underline{\underline{33\text{(通り)}}}$ …(答)

2024 鳥取大 地域・農

[II]

(1) $\lceil x \rceil = k$ （kは整数）とおく。

$3k^2 - 38k + 55 < 0$

$(3k-5)(k-11) < 0$

$\therefore \frac{5}{3} < k < 11$

kは整数より $k = 2, 3, \cdots, 10$

$k=2$ のとき $\lceil x \rceil = 2$ より $1 < x \leqq 2$

同様に $k=3$ のとき $2 < x \leqq 3$

$\vdots \quad \cdots$

$k=10$ のとき $9 < x \leqq 10$

以上より $\underline{\underline{1 < x \leqq 10}}$ …（答）

(2) $\lceil x + \frac{4}{3} \rceil = l$ （lは整数）とおく。

$l-1 < x + \frac{4}{3} \leqq l$ より $l-2 < x + \frac{1}{3} \leqq l-1$ $\therefore \lceil x + \frac{1}{3} \rceil = l-1$

$4l^2 - 52(l-1) + 113 < 0$

$4l^2 - 52l + 165 < 0$

$(2l-11)(2l-15) < 0$ $\therefore \frac{11}{2} < l < \frac{15}{2}$

lは整数より $l = 6, 7$

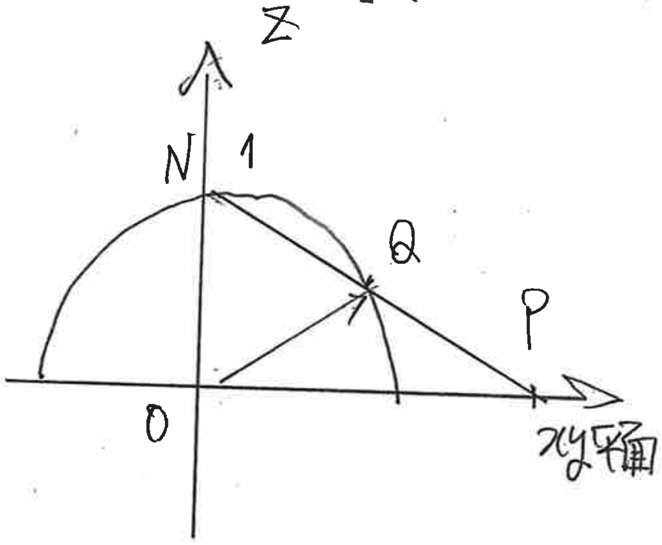
$l=6$ のとき $\lceil x + \frac{4}{3} \rceil = 6$ $5 < x + \frac{4}{3} \leqq 6$

$l=7$ のとき $\lceil x + \frac{4}{3} \rceil = 7$ $6 < x + \frac{4}{3} \leqq 7$

$\therefore 5 < x + \frac{4}{3} \leqq 7$

$\therefore \underline{\underline{\frac{11}{3} < x \leqq \frac{17}{3}}}$ …（答）

2024 鳥取大 工[II], 地域・農[II] ((1)(2)のみ)



(1) $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{NQ}$

$=\overrightarrow{ON}+k\overrightarrow{NP}$

$=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}s\\t\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ks\\kt\\1-k\end{pmatrix}$

∴ $P(ks,\ kt,\ 1-k)$ …(答)

(2) $|\overrightarrow{OQ}|=1$ から

$|\overrightarrow{OQ}|^2=(ks)^2+(kt)^2+(1-k)^2=1^2$

∴ $(s^2+t^2+1)k^2-2k=0$

ここで $k=0$ とすると $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}$ となり不適. ∴ $k\neq 0$

$s^2+t^2+1\neq 0$ より $k=\dfrac{2}{s^2+t^2+1}$

∴ $Q\left(\dfrac{2s}{s^2+t^2+1}\ \ \dfrac{2t}{s^2+t^2+1}\ \ \dfrac{s^2+t^2-1}{s^2+t^2+1}\right)$ …(答)

(3) Pが直線 $x=y,\ z=0$ 上を動くので $s=t$

$f(s)=\dfrac{2s}{2s^2+1}$

$f'(s)=\dfrac{2\{(2s^2+1)-s\times 4s\}}{(2s^2+1)^2}=-\dfrac{4(s+\frac{1}{\sqrt{2}})(s-\frac{1}{\sqrt{2}})}{(2s^2+1)^2}$

s	…	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	…	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	…
$f'(s)$	−	0	+	0	−
$f(s)$	↘	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	↗	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	↘

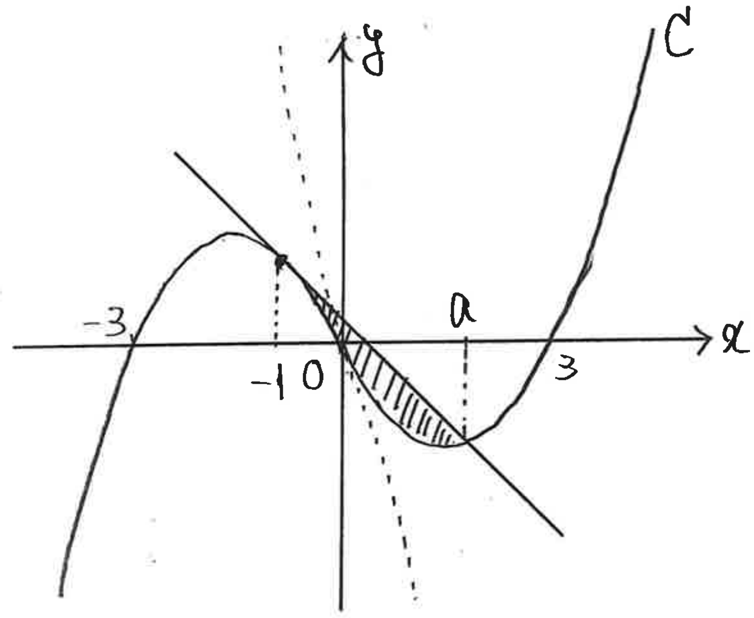
$\lim_{s\to\infty}f(s)=\lim_{s\to-\infty}f(s)=0$

増減表より 最大値 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 最小値 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ …(答)

2024 鳥取大・地域・農

[Ⅳ]

$$C:\begin{cases} x \geqq 0 \text{ のとき}, & y = x^2 - 3x \\ x < 0 \text{ のとき}, & y = -x^2 - 3x \end{cases}$$



(1) $x < 0$ のとき, $y' = -2x - 3$

点$(-1, 2)$における接線は

$y - 2 = -(x+1) \Leftrightarrow y = -x + 1$

これが $y = x^2 - 3x$ と交わるので

$$x^2 - 3x = -x + 1$$

$$x^2 - 2x = 1$$

$$(x-1)^2 = 2$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$a > 0$ より $\underline{\underline{a = 1 + \sqrt{2}}}$ …(答)

(2) $S = \int_{-1}^{0} \{(-x+1) - (-x^2 - 3x)\}dx + \int_{0}^{1+\sqrt{2}} \{(-x+1) - (x^2 - 3x)\}dx$

$= \int_{-1}^{0} (x^2 + 2x + 1)dx + \int_{0}^{1+\sqrt{2}} (-x^2 + 2x + 1)dx$

$= \int_{-1}^{0} (x+1)^2 dx + \int_{0}^{1+\sqrt{2}} \{-(x-1)^2 + 2\}dx$

$= \left[\frac{(x+1)^3}{3}\right]_{-1}^{0} + \left[-\frac{(x-1)^3}{3} + 2x\right]_{0}^{1+\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{3} - 0 + \left\{-\frac{2\sqrt{2}}{3} + 2(1+\sqrt{2})\right\} - \left(\frac{1}{3} + 0\right)$

$\underline{\underline{S = 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}}}$ …(答)