

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

(物質科学科, 地球資源環境学科)  
 機械・電気電子工学科  
 建築・生産設計工学科

コード	得点	1	2	3
2 0				
7 8		11	12	14 15 17 18

採点欄

1 硬貨を投げて、表のときオ、裏のときウと表すとにする。

(1)  $n=2$  のとき、硬貨の出方は (オ,オ), (オ,ウ), (ウ,オ), (ウ,ウ)

(オ,オ) のとき,  $1 \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} = \frac{49}{16}$   
 (オ,ウ) のとき,  $1 \times \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$   
 (ウ,オ) のとき,  $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{8}$   
 (ウ,ウ) のとき,  $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

したがって、持ち点のとり値は  $\frac{1}{4}, \frac{7}{8}, \frac{49}{16}$  ... (答)

(2)  $n=4$  のとき、

オ4回 ... 1通り  
 オ3回, ウ1回 ...  $4C_1 = 4$ 通り  
 オ2回, ウ2回 ...  $4C_2 = 6$ 通り  
 オ1回, ウ3回 ...  $4C_3 = 4$ 通り  
 ウ4回 ... 1通り

持ち点  
 ...  $(\frac{7}{4})^4$   
 ...  $(\frac{7}{4})^3 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \times (\frac{7}{4})^2 > 1$   
 ...  $(\frac{7}{4})^2 \times (\frac{1}{2})^2 = (\frac{7}{4})^2 < 1$   
 ...  $(\frac{7}{4}) \times (\frac{1}{2})^3 < 1$   
 ...  $(\frac{1}{2})^4 < 1$

したがって、持ち点が1点以下となる確率は

$$\frac{6+4+1}{16} = \frac{11}{16} \dots (答)$$

(3)  $n=k$  のとき、オが  $l$  回出ることを、ウは  $(k-l)$  回出る ( $0 \leq l \leq k$ )

このときの確率は  $\frac{kC_l}{2^k}$ , 持ち点は  $(\frac{7}{4})^l \times (\frac{1}{2})^{k-l}$  である。

求める期待値を  $E$  とすると

$$E = \sum_{l=0}^k \frac{kC_l}{2^k} \times (\frac{7}{4})^l (\frac{1}{2})^{k-l} = \frac{1}{2^k} \sum_{l=0}^k kC_l (\frac{7}{4})^l (\frac{1}{2})^{k-l} \dots (H)$$

ここで、二項定理より

$$(a+b)^k = \sum_{l=0}^k kC_l a^l b^{k-l} \text{ が成り立つので、}$$

この式で  $a = \frac{7}{4}, b = \frac{1}{2}$  とすると

$$\sum_{l=0}^k kC_l (\frac{7}{4})^l (\frac{1}{2})^{k-l} = (\frac{7}{4} + \frac{1}{2})^k = (\frac{9}{4})^k \text{ となる}$$

したがって、(H) より

$$E = \frac{1}{2^k} \times (\frac{9}{4})^k$$

$$E = \underline{\underline{(\frac{9}{8})^k}} \dots (答)$$

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

採点欄

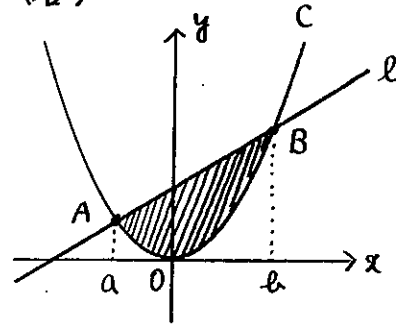
2

(1)  $a < b$  时

直線 AB:  $y - a^2 = \frac{b^2 - a^2}{b - a}(x - a)$   
 $= (a + b)(x - a)$

$y = (a + b)x - ab$  --- (答)

(2)  $S = \int_a^b \{ (a + b)x - ab - x^2 \} dx$   
 $= - \int_a^b (x - a)(x - b) dx$   
 $= \frac{1}{6}(b - a)^3$  --- (答)



(3) (1), (2) と同様にして.

$S_1(t) = \frac{1}{6}(t - a)^3$

このとき、 $S = S_1(t) + S_2(t)$  であり、  
 題意より、 $S_2(t) = 7S_1(t)$  だから、

$S = S_1(t) + S_2(t) = S_1(t) + 7S_1(t)$   
 $= 8S_1(t)$

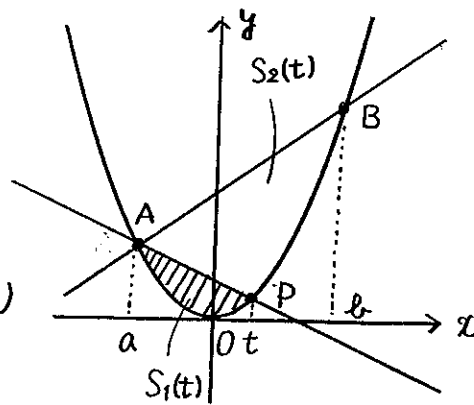
よって、

$\frac{1}{6}(b - a)^3 = 8 \cdot \frac{1}{6}(t - a)^3$   
 $(b - a)^3 = 8(t - a)^3$

∴  $b - a, t - a$  は、ともに実数より

$b - a = 2(t - a)$

$t = \frac{a + b}{2}$  --- (答)



物質

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

採点欄

3

(1) (i) 直線  $l$  が、 $y$  軸に平行のとき。

$l$  は、点  $(0, 5)$  を通るから、直線  $l: x=0$

このとき、確かに楕円  $C$  と  $(0, 3), (0, -3)$  の交点をもつ。

(ii) 直線  $l$  が、 $y$  軸と平行でないとき、

点  $(0, 5)$  を通る直線の方程式は、 $y=ax+5$  ( $a$  は実数)

$$\text{このとき、} \frac{x^2}{4} + \frac{(ax+5)^2}{9} = 1$$

$$\therefore (4a^2+9)x^2 + 40ax + 64 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

2次方程式  $\textcircled{1}$  の判別式を  $D$  とおくと、 $C$  と  $l$  が共有点をもつことより、

$$\frac{D}{4} = (20a)^2 - 64(4a^2+9) \geq 0$$

$$a^2 \geq 4$$

$$\therefore a \leq -2, 2 \leq a$$

以上 (i)(ii) より 直線  $l$  の方程式は、

$$\underline{x=0, y=ax+5 \quad (a \leq -2, 2 \leq a) \quad \dots \text{(答)}}$$

(2) (1) より 接点の直線  $l$  は、 $y=-2x+5, y=2x+5$  である。

$$a=-2 \quad (y=-2x+5) \text{ のとき、} \textcircled{1} \text{ より } (5x-8)^2=0 \quad \therefore x=\frac{8}{5}$$

$$a=2 \quad (y=2x+5) \text{ のとき、} \textcircled{1} \text{ より } (5x+8)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{8}{5}$$

よって、接点は、 $\underline{\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right), \left(-\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right) \quad \dots \text{(答)}}$

(3) 求める体積  $V$  は、

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{8}{5}\right)^2 \cdot \left(5 - \frac{9}{5}\right) - \int_{\frac{9}{5}}^3 \pi x^2 dy$$

$$= \frac{1024}{3 \cdot 5^3} \pi - \pi \int_{\frac{9}{5}}^3 4 \left(1 - \frac{y^2}{9}\right) dy$$

$$= \frac{1024}{3 \cdot 5^3} \pi - 4\pi \left[ y - \frac{1}{27} y^3 \right]_{\frac{9}{5}}^3$$

$$= \frac{1024}{3 \cdot 5^3} \pi - 4\pi \left\{ (3-1) - \left(\frac{9}{5} - \frac{27}{5^3}\right) \right\}$$

$$= \underline{\underline{\frac{16}{15} \pi \quad \dots \text{(答)}}}}$$

