

教育

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙
 (物質科学科, 地球資源環境学科)
 機械・電気電子工学科
 建築・生産設計工学科

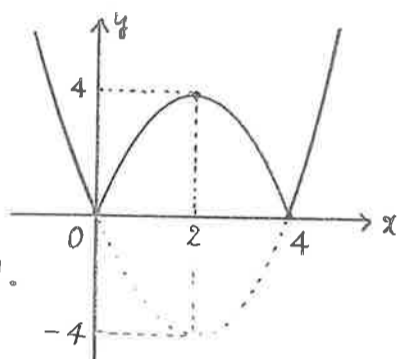
コード	得点	1	2	3
2	0			
7	8	11	12	14
		15	17	18

採点欄

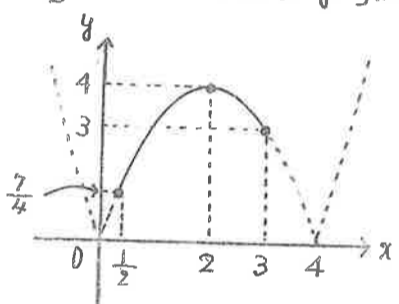
1 $f(x) = |x^2 - 4x| = |x(x-4)|$

(1) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 & (x \leq 0, 4 \leq x \text{ のとき}) \\ -(x^2 - 4x) = -(x-2)^2 + 4 & (0 < x < 4 \text{ のとき}) \end{cases}$

よって 求める $y = f(x)$ のグラフの概形は、右図の通り。



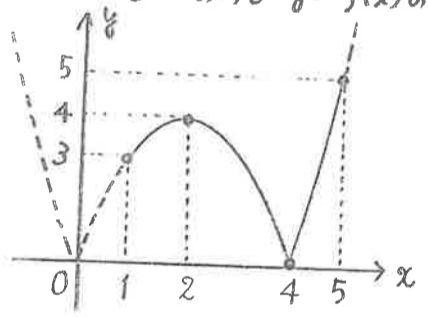
(2) $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ における $y = f(x)$ のグラフは下図。



$f(\frac{1}{2}) = |\frac{1}{4} - 2| = \frac{7}{4}$
 $f(3) = |9 - 12| = 3$

よって、 $x = 2$ のとき、最大値 4, $x = \frac{1}{2}$ のとき、最小値 $\frac{7}{4}$ --- (答)

(3) $1 \leq x \leq 5$ における $y = f(x)$ のグラフは下図。



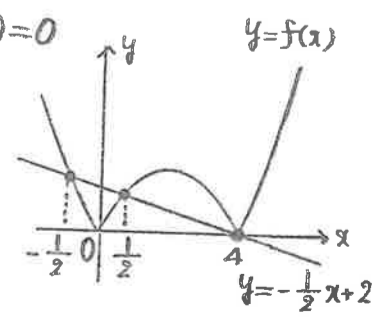
$f(1) = |1 - 4| = 3$
 $f(5) = |25 - 20| = 5$

よって、 $x = 5$ のとき、最大値 5, $x = 4$ のとき、最小値 0 --- (答)

(4) (i) $x \leq 0, 4 \leq x$ のとき,
 $x(x-4) = -\frac{1}{2}x + 2$
 $2x^2 - 7x - 4 = 0$
 $(2x+1)(x-4) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}, 4$
 ($x \leq 0, 4 \leq x$ に適す)

(ii) $0 < x < 4$ のとき,
 $-x(x-4) = -\frac{1}{2}x + 2$
 $2x^2 - 9x + 4 = 0$
 $(2x-1)(x-4) = 0$
 $0 < x < 4$ 則
 $x = \frac{1}{2}$

以上 (i)(ii) 則、求める 共有点の x 座標は
 $x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 4$ --- (答)



数学 解答用紙

採点欄

2

(1) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (-2, -1, 1)$ なので
 2点 A, B を通る直線のベクトル方程式は
 $\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{AB}$ (t は実数)
 と表されるので

$$\vec{OP} = (3, 2, 0) + t(-2, -1, 1) = (3-2t, 2-t, t) \dots \textcircled{1}$$

$\vec{OP} = (x, y, z)$ とおくと $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = (-x, 5-y, -z)$ で
 PQ は 2点 A, B を通る直線への垂線なので

$$\vec{PQ} \cdot \vec{AB} = 0 \text{ であるから}$$

$$\vec{PQ} \cdot \vec{AB} = -x \cdot (-2) + (5-y) \cdot (-1) - z \cdot 1 = 0$$

$$\text{よって } 2x + y - 5 - z = 0 \dots \textcircled{2}$$

② に ① を代入して t を求めると

$$t = \frac{8-s}{6} \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して } x = \frac{1+s}{3}, y = \frac{4+s}{6}, z = \frac{8-s}{6}$$

$$\text{よって } P \left(\frac{1+s}{3}, \frac{4+s}{6}, \frac{8-s}{6} \right) \dots \text{(答)}$$

(2) $\vec{PQ} = (-x, 5-y, -z)$ なので

$$PQ^2 = x^2 + (y-5)^2 + z^2$$

$$(1) \text{ より } PQ^2 = \left(\frac{1+s}{3} \right)^2 + \left(\frac{4-5s}{6} \right)^2 + \left(\frac{8-s}{6} \right)^2$$

$$= \frac{1}{6^2} (30s^2 - 48s + 84)$$

$$\text{よって } f(s) = \sqrt{\frac{1}{6} (5s^2 - 8s + 14)} \dots \text{(答)}$$

(3) (2) より $5s^2 - 8s + 14$ が最小値をとるとき $f(s)$ は最小値になる。

$$5s^2 - 8s + 14 = 5 \left(s^2 - \frac{8}{5}s \right) + 14$$

$$= 5 \left\{ \left(s - \frac{4}{5} \right)^2 - \frac{16}{25} \right\} + 14$$

$$= 5 \left(s - \frac{4}{5} \right)^2 + \frac{54}{5}$$

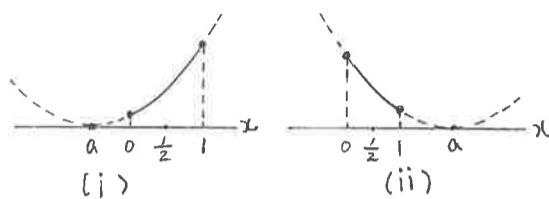
となり $s = \frac{4}{5}$ のとき最小値をとる。

$$\text{よって } f(s) \text{ が最小値をとる } s \text{ の値は } \frac{4}{5} \dots \text{(答)}$$

数学 解答用紙

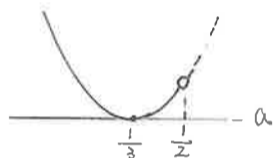
採点欄

- 3 (1) (i) $a < \frac{1}{2}$ のとき $M(a) = f(1) = (1-a)^2$
 (ii) $\frac{1}{2} \leq a$ のとき $M(a) = f(0) = a^2$

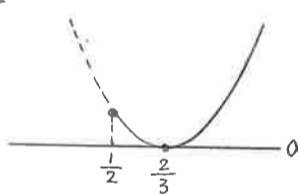


(2) $f(x) = x^2 - 2ax + a^2$ より $f'(x) = 2x - 2a$
 $\therefore I(a) = \int_0^1 (2x - 2a)^2 dx = \int_0^1 (4x^2 - 8ax + 4a^2) dx$
 $= \left[\frac{4}{3}x^3 - 4ax^2 + 4a^2x \right]_0^1$
 $= \underline{\underline{4a^2 - 4a + \frac{4}{3}}}$... (答)

(3) (i) $a < \frac{1}{2}$ のとき $I(a) - M(a) = 4a^2 - 4a + \frac{4}{3} - (1-a)^2$
 $= 3a^2 - 2a + \frac{1}{3}$
 $= 3\left(a - \frac{1}{3}\right)^2 \geq 0$



(ii) $\frac{1}{2} \leq a$ のとき $I(a) - M(a) = 4a^2 - 4a + \frac{4}{3} - a^2$
 $= 3a^2 - 4a + \frac{4}{3}$
 $= 3\left(a - \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0$



(i)(ii)より $M(a) \leq I(a)$ が成り立つ (証明終)