受験番号					
1	2	3	4	5	6

1

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

〔物理・マテリアル工学科，物質化学科
地球科学科，知能情報デザイン学科
機械・電気電子工学科，建築デザイン学科〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄

1

(1) (A)の判別式をDとすると

$D=(2a+3)^2-4a$

$=4a^2+8a+9$

$=4(a+1)^2+5>0$

よって(A)は異なる2つの実数解をもつ(証明終)

(2) 共通の解を $x=\alpha$ とおくと

(A)より $\alpha^2+(2a+3)\alpha+a=0$ …①

(B)より $\alpha^2+a\alpha+(a-1)=0$ …②

①-② $(a+3)\alpha+1=0$ …③

$a=-3$ とすると ③は成立たないので $a\neq-3$

$\therefore \alpha=-\frac{1}{a+3}$ …④

②に代入 $\left(\frac{-1}{a+3}\right)^2-\frac{a}{a+3}+a-1=0$

両辺に $(a+3)^2$ をかけて整理

$a^3+4a^2-8=0$

$(a+2)(a^2+2a-4)=0$ $\therefore a=-2, -1\pm\sqrt{5}$

これらは $a\neq-3$ をみたし、④より α が存在する。

$\therefore a=\underline{\underline{-2, -1\pm\sqrt{5}}}$ …(答)

数学　解答用紙

採点欄

2

(1) $S=\frac{1}{2}\cdot 2\alpha\cdot\beta\cdot\sin\theta=\underline{\alpha\beta\sin\theta}$ …(答)

(2) $S=\frac{1}{2}r(\beta+\beta+2\alpha)=\underline{r(\alpha+\beta)}$ …(答)

(3) $R=\frac{\beta}{r}$ と正弦定理より $2\cdot\frac{\beta}{r}=\frac{\beta}{\sin\theta}$ $\therefore r=2\sin\theta$

そして、$L=\beta+\beta+2\alpha=2(\alpha+\beta)$ であることと、(1),(2)より

$$\alpha\beta=\frac{r(\alpha+\beta)}{\sin\theta}=\frac{2\sin\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{L}{2}=L$$

以上より $\underline{\alpha+\beta=\frac{L}{2},\ \alpha\beta=L}$ …(答)

次に、$\alpha>0$, $\beta>0$ であるから相加・相乗平均の関係より

$$L=2\alpha+2\beta\geqq 2\sqrt{2\alpha\cdot 2\beta}=4\sqrt{\alpha\beta}=4\sqrt{L}$$

$\therefore \sqrt{L}(\sqrt{L}-4)\geqq 0$

$\sqrt{L}>0$ であるから $\sqrt{L}\geqq 4$ すなわち $L\geqq 16$

等号は $2\alpha=2\beta$ つまり $\alpha=\beta$ のときであるが、

三角形の存在条件より $2\alpha<\beta+\beta$ つまり $\alpha<\beta$ なので $\alpha=\beta$ とはならない。

したがって $L>16$ (証明終)

(4) $R=\frac{\beta}{r}$ かつ $L=18$ より (3) を使うと $\alpha+\beta=9$, $\alpha\beta=18$

よって α,β は2次方程式 $t^2-9t+18=0$ の解であり、

$(t-3)(t-6)=0$ より $t=3,6$

$\alpha<\beta$ より $\alpha=3$, $\beta=6$

以上より $\underline{(OA, OB, AB)=(6, 6, 6)}$ …(答)

受験番号

1	2	3	4	5	6

3

この線より上には解答を記入しないでください

数学　解答用紙

採点欄

3

$C: f(x) = x^3 - 6x^2 + 6x + 9$ とおく。

(1) C 上の点 $(3, f(3)) = (3, 0)$ における接線は

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 6$ より $f'(3) = -3$

$l: y = -3(x-3) = -3x + 9$

したがって、C と l との交点は

$x^3 - 6x^2 + 6x + 9 = -3x + 9$ これを解いて $x = 0, 3$

ゆえに、もう一つの共有点の座標は $(0, 9)$ …(答)

(2) $f'(x) = 0$ とすると $3x^2 - 12x + 6 = 0$

$x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-18}}{3} = 2 \pm \sqrt{2}$

したがって、$0 < \underset{(極大)}{2-\sqrt{2}} < 3 < \underset{(極小)}{2+\sqrt{2}}$ より

C と l で囲まれた図形の面積は

$\int_0^3 \{x^3 - 6x^2 + 6x + 9 - (-3x+9)\} dx$

$= \int_0^3 x(x-3)^2 dx = \left[x \times \frac{1}{3}(x-3)^3 \right]_0^3 - \int_0^3 \frac{1}{3}(x-3)^3 dx$

$= 0 - \left[\frac{1}{12}(x-3)^4 \right]_0^3 = \dfrac{27}{4}$ よって面積は $\dfrac{27}{4}$ …(答)

(3) 点 $(b, f(b))$ における曲線 C の接線が

l と平行となるとき、

$3b^2 - 12b + 6 = -3$ より

$(b-1)(b-3) = 0$

$b = 1, 3$.

よって、3と異なる b の値は 1 …(答)