受験番号

1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

（人間科学部／生物資源科学部）

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄

1

(1) (A) の判別式をDとすると

$D=(2a+3)^2-4a$

$=4a^2+8a+9$

$=4(a+1)^2+5>0$

よって(A)は異なる2つの実数解をもつ（証明終）

(2) 共通の解を $x=\alpha$ とおくと

(A)より　$\alpha^2+(2a+3)\alpha+a=0$ …①

(B)より　$\alpha^2+a\alpha+(a-1)=0$ …②

①-②　$(a+3)\alpha+1=0$ …③

$a=-3$ とすると ③は成立たないので $a\neq-3$

$\therefore \alpha=-\frac{1}{a+3}$ …④

②に代入 $\left(\frac{-1}{a+3}\right)^2-\frac{a}{a+3}+a-1=0$

両辺に $(a+3)^2$ をかけて整理

$a^3+4a^2-8=0$

$(a+2)(a^2+2a-4)=0$　$\therefore a=-2, -1\pm\sqrt{5}$

これらは $a\neq-3$ をみたし、④より α が存在する。

$\therefore a=\underline{\underline{-2, -1\pm\sqrt{5}}}$ …(答)

数学　解答用紙

採点欄

2

(1) $S=\frac{1}{2}\cdot 2\alpha\cdot\beta\cdot\sin\theta=\underline{\underline{\alpha\beta\sin\theta}}$ …(答)

(2) $S=\frac{1}{2}r(\beta+\beta+2\alpha)=\underline{\underline{r(\alpha+\beta)}}$ …(答)

(3) $R=\frac{\beta}{r}$ と正弦定理より $2\cdot\frac{\beta}{r}=\frac{\beta}{\sin\theta}$ ∴ $r=2\sin\theta$

そして、$L=\beta+\beta+2\alpha=2(\alpha+\beta)$ であることと、(1),(2)より

$$\alpha\beta=\frac{r(\alpha+\beta)}{\sin\theta}=\frac{2\sin\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{L}{2}=L$$

以上より $\underline{\underline{\alpha+\beta=\frac{L}{2},\ \alpha\beta=L}}$ …(答)

次に、$\alpha>0,\ \beta>0$ であるから相加・相乗平均の関係より

$$L=2\alpha+2\beta\geqq 2\sqrt{2\alpha\cdot 2\beta}=4\sqrt{\alpha\beta}=4\sqrt{L}$$

∴ $\sqrt{L}(\sqrt{L}-4)\geqq 0$

$\sqrt{L}>0$ であるから $\sqrt{L}\geqq 4$ すなわち $L\geqq 16$

等号は $2\alpha=2\beta$ つまり $\alpha=\beta$ のときであるが、

三角形の存在条件より $2\alpha<\beta+\beta$ つまり $\alpha<\beta$ なので $\alpha=\beta$ とはならない。

したがって $L>16$ (証明終)

(4) $R=\frac{\beta}{r}$ かつ $L=18$ より (3)を使うと $\alpha+\beta=9,\ \alpha\beta=18$

よって α,β は2次方程式 $t^2-9t+18=0$ の解であり、

$(t-3)(t-6)=0$ より $t=3,6$

$\alpha<\beta$ より $\alpha=3,\ \beta=6$

以上より $\underline{\underline{(OA,OB,AB)=(6,6,6)}}$ …(答)

受験番号

1 2 3 4 5 6

3

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

3

(1) $AD^2=5^2$ より $(a+1)^2+(b-1)^2+15=25$ …①

$BD^2=5^2$ より $(a+3)^2+b^2=25$ …②

$CD^2=(2\sqrt{5})^2$ より $(a-2)^2+b^2=20$ …③

②③と $b>0$ より $a=0,\ b=4$

これは①をみたす　∴ $a=0,\ b=4$ …(答)

(2) $E(-1,0,0)$ であるから $\overrightarrow{EA}=(0,1,\sqrt{15})$

∴ $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{OD}=(0,1,\sqrt{15})\cdot(0,4,0)=4$ …(答)

(3) 平面ABCと平面DBCの交線は直線BC（x軸）であり，

$\overrightarrow{EA}\perp(x軸)$，$\overrightarrow{OD}\perp(x軸)$ であるから

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{OD}}{|\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{OD}|}=\frac{4}{4\times4}=\frac{1}{4}$$ …(答)