受験番号					
1	2	3	4	5	6

1

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

〔総合理工学部(数理科学科を除く)
材料エネルギー学部〕

コード		得点	1		2		3	
2	0							
7	8		11	12	14	15	17	18

採点欄	

1

(1) x軸方向にp, y軸方向にqだけ平行移動するので

$y-q=a(x-p)^2$　∴ $y=a(x-p)^2+q$ …(答)

(2) $2x-3y+6=0$ より $y=\frac{2}{3}x+2$

垂直な直線の傾きをmとすると、$\frac{2}{3}m=-1$ だから $m=-\frac{3}{2}$

よって垂直な直線の式は $y=-\frac{3}{2}(x-3)-1$　∴ $3x+2y-7=0$ …(答)

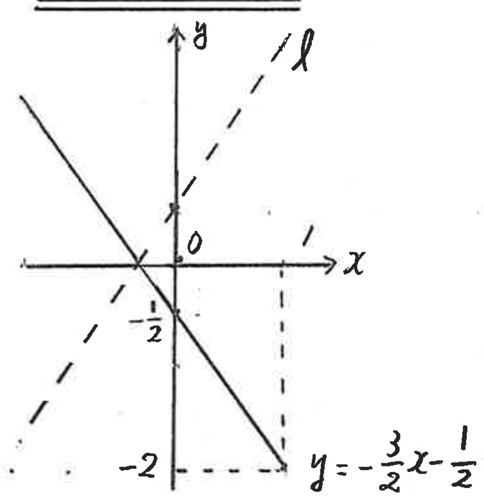
平行な直線の式は $y=\frac{2}{3}(x-3)-1$　∴ $2x-3y-9=0$ …(答)

(3) $3x+2y+1=0$ より $y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

右図より x軸に関して対称なグラフは

直線lなので $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

∴ $3x-2y+1=0$ …(答)



(4) $x^2-4x+3=3x+k$ とおくと $x^2-7x+3-k=0$ …①

①の方程式の判別式をDとすると $D=49-4(3-k)>0$ だから $k>-\frac{37}{4}$ …②

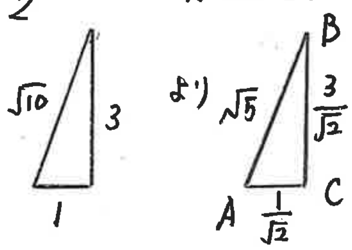
①を解いて $x=\frac{7\pm\sqrt{4k+37}}{2}$

ここで放物線の交点を $A(a, 3a+k)$, $B(b, 3b+k)$ $(a<b)$ とおき、

$C(b, 3a+k)$ とすると、

$AC=b-a=\frac{7+\sqrt{4k+37}}{2}-\frac{7-\sqrt{4k+37}}{2}=\sqrt{4k+37}$

直線の傾きが3であり、$AB=\sqrt{5}$ なので



だから

$AC=\frac{1}{\sqrt{2}}$

したがって $\sqrt{4k+37}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

両辺を2乗して kについて求めると $k=-\frac{73}{8}$

$-\frac{37}{4}=-9.2\cdots$, $-\frac{73}{8}=-9.1\cdots$ より②を満たす。よって $k=-\frac{73}{8}$ …(答)

数学　解答用紙

採点欄

2

(1) 玉の取り出し方の総数は ${}_{10}C_5$

番号がすべて異なる玉の取り出し方の総数は 2^5

よって求める確率は $\dfrac{2^5}{{}_{10}C_5} = \dfrac{8}{63}$ …(答)

(2) ペアが1組だけできる玉の取り出し方の総数は ${}_4C_3 \times 2^3 \times 5$

よって求める確率は $\dfrac{{}_4C_3 \times 2^3 \times 5}{{}_{10}C_5} = \dfrac{40}{63}$ …(答)

(3) ペアが2組できる玉の取り出し方の総数は $6 \times {}_5C_2$

よって求める確率は $\dfrac{6 \times {}_5C_2}{{}_{10}C_5} = \dfrac{5}{21}$ …(答)

受験番号					
1	2	3	4	5	6

3

この線より上には解答を記入しないでください。

数学　解答用紙

採点欄

3

(1) $f(x)=(-x^2+2)\sin x-2x\cos x$ について

$f'(x)=\{-2x\sin x+(-x^2+2)\cos x\}-2(\cos x-x\sin x)$

$=-x^2\cos x$ なので $0<x<\pi$ における $f(x)$ の増減表は

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	π
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	(0)	↘	$2-\frac{\pi^2}{4}$	↗	(2π)

$f(\frac{\pi}{2})=2-\frac{\pi^2}{4}<0$, $f(\pi)=2\pi>0$. $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ で $f(x)$ は単調増加.

したがって $f(x)=0$ をみたす x はただ1つである　(証明終)

(2) $g(x)=\frac{\sin x}{x}$ について $g'(x)=\frac{-1}{x^2}\sin x+\frac{1}{x}\cos x=\frac{-\sin x+x\cos x}{x^2}$ で

$H(x)=-\sin x+x\cos x$ とおくと $H'(x)=-\cos x+(\cos x-x\sin x)=-x\sin x$ だから

x	0	$\cdots$	π
$H'(x)$	(0)	$-$	(0)
$H(x)$	(0)	↘	$(-\pi)$

よって $0<x<\pi$ のとき $g'(x)<0$

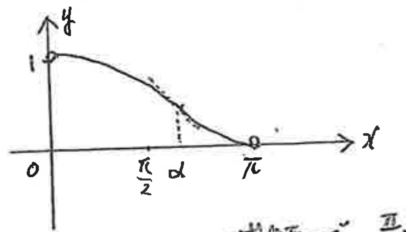
また $g''(x)=\frac{-2}{x^3}(-\sin x+x\cos x)+\frac{1}{x^2}\{-\cos x+(\cos x-x\sin x)\}=\frac{(-x^2+2)\sin x-2x\cos x}{x^3}=\frac{f(x)}{x^3}$

したがって $g(x)$ の増減表は

x	0	$\cdots$	α	$\cdots$	π
$g'(x)$	/	$-$	$-$	$-$	
$g''(x)$	/	$-$	0	$+$	
$g(x)$	/	↘	$g(\alpha)$	↘	(0)

$\lim_{x\to 0}g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

グラフの概形は下のようになる



…(答)

(3) (2)より $g(x)$ は $0<x<\pi$ で減少なので $\frac{\pi}{2}-t<x<\frac{\pi}{2}$ のとき $g(x)>g(x+t)$

したがって $\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}}g(x)dx>\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}}g(x+t)dx$

ここで $\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}}g(x+t)dx$ について, $x+t=u$ とおくと $\frac{dx}{du}=1$

x	$\frac{\pi}{2}-t\to\frac{\pi}{2}$
u	$\frac{\pi}{2}\to\frac{\pi}{2}+t$

なので

$\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}}g(x+t)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t}g(u)du=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t}g(x)dx$

したがって $\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}}g(x)dx>\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t}g(x)dx$　(証明終)