

受験番号					
1	2	3	4	5	6

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

(人間科学部  
生物資源科学部)

コード	得点	1	2	3
2	0			
7	8	11	12	14 15 17 18

採点欄

1

- (1) } 輸合理工学部  
(2) } 材料工学部 □ (1)(2)と同じ

(3)

- (i) 

7				
---	--	--	--	--

6				
---	--	--	--	--

5				
---	--	--	--	--

4				
---	--	--	--	--
- ${}_7P_4$

万の位が 7, 6, 5, 4 のとき、それぞれに対して他の位の数字の並べ方は  ${}_7P_4$  通り  
 したがって、 $4 \times {}_7P_4 = 4 \times 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 3360$  通り

- (ii) 

3	7			
---	---	--	--	--

3	6			
---	---	--	--	--

3	5			
---	---	--	--	--

3	4			
---	---	--	--	--
- ${}_6P_3$

万の位が 3 のとき、千の位は 7, 6, 5, 4 の 4 通りがあり、  
 それぞれに対して、他の位の数字の並べ方は、 ${}_6P_3$  通り  
 したがって  $4 \times {}_6P_3 = 4 \times 6 \cdot 5 \cdot 4 = 480$  通り

よって、(i)(ii)より、未ある整数は、 $3360 + 480 = \underline{\underline{3840}}$  通り ... (答)

数学 解答用紙

(人間科学部  
生物資源科学部)

採点欄

2 (1)  $D(p, q, r)$  とする

$$p = \frac{(-2) \times 3 + 0 \times 1}{4} = -\frac{3}{2}, \quad q = \frac{3 \times 3 - 1 \times 1}{4} = 2, \quad r = \frac{(-4) \times 3 + 2 \times 1}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore D\left(-\frac{3}{2}, 2, -\frac{5}{2}\right) \text{ --- (答)}$$

(2)  $\vec{n} = (l, l, m)$  とする

$$\vec{n} \cdot \vec{OA} = l, \quad \vec{n} \cdot \vec{OB} = -l + 2m, \quad \vec{n} \cdot \vec{OC} = -2l + 3l - 4m \text{ であるから}$$

$$l = 1, \quad -l + 2m = 0, \quad -2l + 3l - 4m = 0 \quad \text{より} \quad l = \frac{1}{2}, \quad m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \vec{n} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ --- (答)}$$

(3)  $\vec{BA} = (0, 2, -2)$   $\vec{BP} = (x, y+1, -2)$  であり

$$|\vec{BA}| = 2\sqrt{2} \quad |\vec{BP}| = \sqrt{x^2 + (y+1)^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 5}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BP} = 2(y+1) - 4 = 2y - 2 \text{ である。}$$

$\angle ABP = 45^\circ$  であるから

$$2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 5} \cdot \cos 45^\circ = 2y - 2 \text{ より}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 5} = y - 1 \text{ である。}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 5} > 0 \text{ より } y - 1 > 0 \text{ より } y > 1$$

$$\text{①の両辺を2乗し } x^2 + y^2 + 2y + 5 = (y-1)^2 \text{ より}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}x^2 - 1 \text{ であり } x^2 + 4 = \frac{1}{4}x^2 - 1 \text{ を満たす。}$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 - 1 \text{ --- (答)}$$

数学 解答用紙

(人間科学部  
生物資源科学部)

採点欄

3

(1)  $n \geq 2$  のとき  $p \neq 1$  のとき  $a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} p^k = 1 + p \cdot \frac{p^{n-1} - 1}{p - 1} = \frac{p^n - 1}{p - 1}$

これは、 $n=1$  とすると、 $a_1 = \frac{p-1}{p-1} = 1$  と一致する。

以上より  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n = \frac{p^n - 1}{p - 1} \dots$  (答)

(2)  $p \neq 0$  のとき  $b_{n+1} = 8b_n + p^n \Leftrightarrow \frac{b_{n+1}}{p^{n+1}} = \frac{8}{p} \cdot \frac{b_n}{p^n} + \frac{1}{p} \dots \textcircled{1}$

(i)  $p=8$  のとき  $\textcircled{1} \Leftrightarrow \frac{b_{n+1}}{p^{n+1}} = \frac{b_n}{p^n} + \frac{1}{p}$

つまり、 $\left\{ \frac{b_n}{p^n} \right\}$  は公差  $\frac{1}{p}$  の等差数列となるので、初項  $\frac{b_1}{p} = \frac{1}{p}$  より

$\frac{b_n}{p^n} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p}(n-1)$  より  $b_n = n \cdot p^{n-1} \dots$  (答)

(ii)  $p \neq 8$  のとき  $\textcircled{1} \Leftrightarrow \frac{b_{n+1}}{p^{n+1}} - \frac{1}{p-8} = \frac{8}{p} \left( \frac{b_n}{p^n} - \frac{1}{p-8} \right)$

つまり、 $\left\{ \frac{b_n}{p^n} - \frac{1}{p-8} \right\}$  は公比  $\frac{8}{p}$  の等比数列となるので、

初項  $\frac{1}{p} - \frac{1}{p-8} = \frac{-8}{p(p-8)}$  より  $\frac{b_n}{p^n} - \frac{1}{p-8} = \frac{-8}{p(p-8)} \left( \frac{8}{p} \right)^{n-1}$  より  $b_n = \frac{p^n - 8^n}{p-8} \dots$  (答)

(3)  $C_{n+2} = (p-2)C_{n+1} + 2pC_n$

$\Leftrightarrow C_{n+2} - pC_{n+1} = -2(C_{n+1} - pC_n) \dots \textcircled{2}$  または  $C_{n+2} + 2C_{n+1} = p(C_{n+1} + 2C_n) \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}$  より  $\{C_{n+1} - pC_n\}$  は公比  $-2$ 、初項  $C_2 - pC_1 = -2$  の等比数列で  $C_{n+1} - pC_n = (-2)^n \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}$  より  $\{C_{n+1} + 2C_n\}$  は公比  $p$ 、初項  $C_2 + 2C_1 = p$  の等比数列で  $C_{n+1} + 2C_n = p^n \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{4}, \textcircled{5}$  より  $C_{n+1}$  を消去すると  $(p+2)C_n = p^n - (-2)^n$

(i)  $p \neq -2$  のとき

$C_n = \frac{p^n - (-2)^n}{p+2} \dots$  (答)

(ii)  $p = -2$  のとき

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$  はともに  $C_{n+2} + 2C_n = -2(C_{n+1} + 2C_n)$

つまり、 $\{C_{n+1} + 2C_n\}$  は公比  $-2$ 、初項  $C_2 + 2C_1 = -2$  の等比数列で

$C_{n+1} + 2C_n = (-2)^n$

よって (2) で  $p = 8 = -2$  とした形なので、 $C_n = n \cdot (-2)^{n-1} \dots$  (答)